Úvod do TI - logika
Rezoluční metoda (pokračování) (přednáška 9)

Marie Duží
marie.duzi@vsb.cz

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Dokazování platnosti úsudku

Kdo zná Pavla a Marii, ten Marii lituje. $\forall x\ (\ [Z(x, P) \wedge Z(x, M)] \supset L(x, M)\ )$
Někteří nelitují Marii, ačkoli ji znají. $\exists x\ [\neg L(x, M) \wedge Z(x, M)]$

Někdo zná Marii, ale ne Pavla. $\exists x\ [Z(x, M) \wedge \neg Z(x, P)]$

- $\forall x\ [\neg Z(x, P) \vee \neg Z(x, M) \vee L(x, M)]$ Odstranění implikace (1. předpoklad).
- $\neg L(a, M) \wedge Z(a, M)$ Skolemizace (2. předpoklad).
- $\forall y\ [\neg Z(y, M) \vee Z(y, P)]$ Negovaný závěr (přejmenování *x*).

Klausule:

1. $\neg Z(x, P) \vee \neg Z(x, M) \vee L(x, M)$
2. $\neg L(a, M)$ **(2. předpoklad jsou**
3. $Z(a, M)$ **dvě klausule – konjunkce!)**
4. $\neg Z(y, M) \vee Z(y, P)$
5. $\neg Z(a, P) \vee \neg Z(a, M)$ rezoluce 1., 2., substituce *x*/a
6. $\neg Z(a, P)$ rezoluce 3., 5.
7. $\neg Z(a, M)$ rezoluce 4., 6., substituce *y*/a
8. ■ rezoluce 3., 7.

- Obdrželi jsme prázdnou klausuli, tj. negovaný závěr je ve sporu s předpoklady, tedy původní závěr z předpokladů vyplývá.
- **Úsudek je platný**

Porovnání důkazu předchozího úsudku se sémantickým důkazem

- Znázorníme, jaké budou obory pravdivosti predikátů Z a L, tj. relace Z^U a L^U, aby byly pravdivé premisy:
- $Z^U = \{\ldots, \cancel{\langle i_1,m\rangle}, \cancel{\langle i_1,k\rangle}, \cancel{\langle i_2,m\rangle}, \langle i_2,k\rangle, \ldots, \langle \alpha,m\rangle, \ldots\}$

  1. premisa 2. premisa
- $L^U = \{\ldots, \langle i_1,m\rangle, \ldots, \langle i_2,m\rangle, \ldots\ldots\ldots\ldots, \langle \alpha,m\rangle, \ldots\}$

atd., sporem.

Dokazování platnosti úsudku sporem:

- Využíváme toho, že pro ***uzavřené*** formule platí ekvivalence:

$$\mathbf{P_1,\ldots,P_n \models Z \;\; iff \models (P_1 \wedge\ldots\wedge P_n) \supset Z}$$

- A dále: $\models (P_1 \wedge\ldots\wedge P_n) \supset Z$ iff ***negovaná*** formule je ***kontradikce***: $(P_1 \wedge\ldots\wedge P_n \wedge \neg Z)$

- Tedy negovaný závěr Z je ve sporu s konjunkcí předpokladů. Což je přesně v souladu s definicí platnosti úsudku:

- $P_1,\ldots,P_n \models Z$ iff Z je pravdivá ***ve všech modelech*** množiny předpokladů $P_1,\ldots,P_n$ iff

- ¬Z není pravdivá v ***žádném modelu*** množiny předpokladů.

Dokazování logické pravdivosti

- Dokažte, že věta „Jistý filosof odporuje všem filosofům, tedy odporuje sám sobě“ je analyticky nutně pravdivá.
- Větu analyzujeme jako: (”zamýšlená” interpretace je nad množinou individuí, P $\rightarrow$ podmnožina filosofů, Q $\rightarrow$ relace, ve které budou ty dvojice, kde první odporuje druhému)
- $\exists x\ \{[P(x) \wedge \forall y\ (P(y) \supset Q(x,y))] \supset Q(x,x)\}$ dokážeme, že je logicky pravdivá:
- Formuli znegujeme a převedeme na klausulární tvar:
- $\forall x\ \forall y\ \{P(x) \wedge [\neg P(y) \vee Q(x,y)] \wedge \neg Q(x,x)\}$.
- K jednotlivým klausulím:
  1. $P(x)$
  2. $\neg P(y) \vee Q(x,y)$
  3. $\neg Q(x,x)$
     je nejobecnějším unifikátorem substituce $\{y/x\}$:
  4. $Q(x,x)$ rezoluce 1. a 2.
  5. rezoluce 3. a 4.

Dokazování logické pravdivosti

- Dokažte, že věta „*Existuje někdo takový, že je-li génius, pak jsou všichni géniové*“ je analyticky nutně pravdivá.

- Formule: **$\exists x\, [G(x) \supset \forall x\, G(x)]$** (pozor na závorkování!)

- Dokážeme, že negovaná formule je kontradikce:
  - $\forall x\, [G(x) \land \exists x\, \neg G(x)]$, tedy po přejmenování proměnných
  - $\forall x\, [G(x) \land \exists y\, \neg G(y)]$, **krok 6**: $[\forall x\, G(x) \land \exists y\, \neg G(y)]$ a po Skolemizaci:
  - $\forall x\, [G(x) \land \neg G(a)]$.

1. G(x)
2. $\neg G(a)$
3. □ rezoluce 1. a 2., substituce x / a

Obdrželi jsme prázdnou klauzuli, negovaná formule je kontradikce, tedy původní formule je logicky pravdivá.

1. Všichni členové vedení jsou majiteli obligací nebo akcionáři.
2. Žádný člen vedení není zároveň majitel obligací i akcionář.
3. Všichni majitelé obligací jsou členy vedení.
–––
4. Žádný majitel obligací není akcionář.

- $\forall x\ [V(x) \supset (O(x) \vee A(x))]$
- $\forall x\ [V(x) \supset \neg(O(x) \wedge A(x))]$
- $\forall x\ [O(x) \supset V(x)]$
- ––––––––––––––––––––
- $\forall x\ [O(x) \supset \neg A(x)]$

Klausule:

1. $\neg V(x) \vee O(x) \vee A(x)$ — 1. předpoklad
2. $\neg V(y) \vee \neg O(y) \vee \neg A(y)$ — 2. předpoklad
3. $\neg O(z) \vee V(z)$ — 3. předpoklad
4. $O(k)$ — negovaný závěr
5. $A(k)$ — (po Skolemizaci)
6. $\neg O(y) \vee \neg A(y)$ — rezoluce 2., 3., substituce z/y
7. $\neg A(k)$ — rezoluce 4., 6., substituce y/k
8. $\blacksquare$ — rezoluce 5., 7.

Pozn.: Všimněme si, že jsme první klausuli při důkazu nepoužili. Tedy závěr vyplývá již z druhého a třetího předpokladu (první je pro odvození důsledku nadbytečný).

Každý, kdo má rád Jiřího, bude spolupracovat s Milanem.
Milan nekamarádí s nikým, kdo kamarádí s Láďou.
Petr bude spolupracovat pouze s kamarády Karla.
–––
Jestliže Karel kamarádí s Láďou, pak Petr nemá rád Jiřího.

- $\forall x\ [R(x, J) \supset S(x, M)]$
- $\forall x\ [K(x, L) \supset \neg K(M, x)]$
- $\forall x\ [S(P, x) \supset K(x, Kr)$
- –––––––––––––––––––
- $K(Kr, L) \supset \neg R(P, J)$

Klausule:

1. $\neg R(x, J) \lor S(x, M)$ 1. předpoklad
2. $\neg K(y, L) \lor \neg K(M, y)$ 2. předpoklad
3. $\neg S(P, z) \lor K(z, Kr)$ 3. předpoklad
4. $K(Kr, L)$ negovaný závěr
5. $R(P, J)$ negovaný závěr
6. $\neg K(M, Kr)$ rezoluce 4., 2., substituce y/Kr
7. $\neg S(P, M)$ rezoluce 3., 6., substituce z/M
8. $\neg R(P, J)$ rezoluce 1., 7., substituce x/P
9. $\blacksquare$ rezoluce 5., 8.

Co vyplývá z daných předpokladů?

Varianta předchozího příkladu. **Premisy neobsahují žádné existenční tvrzení**.

P1: Každý, kdo má rád Jiřího, bude spolupracovat s Milanem.
P2: Milan nekamarádí s nikým, kdo kamarádí s Láďou.
P3: Petr bude spolupracovat pouze s kamarády Karla.
P4: Karel kamarádí s Láďou.
––
Závěr: ???

Klausule:

1. ¬R(x, J) ∨ S(x, M) 1. předpoklad
2. ¬K(y, L) ∨ ¬K(M, y) 2. předpoklad
3. ¬S(P, z) ∨ K(z, Kr) 3. předpoklad
4. K(Kr, L) 4. předpoklad
5. ¬K(M, Kr) *důsledek*, rezoluce 2,4, y/Kr
6. ¬R(P, J) ∨ K(M, Kr) *důsledek*, rezoluce 1,3, x/P, z/M
7. ¬R(P, J) *důsledek*, rezoluce 5,6
8. ¬S(P, M) *důsledek*, rezoluce 3,5, z/M

Důkaz správnosti úsudku - sporem

Každý muž má rád fotbal a pivo.

Xaver má rád pouze ty, kdo mají rádi fotbal a pivo.

Někdo má rád fotbal a nemá rád pivo.

Kdo není muž, je žena. *(nezamlčujeme předpoklady)*

Některé ženy nemá Xaver rád.

$\forall x\ [M(x) \supset (R(x,f) \wedge R(x,p))]$ 1. předpoklad

$\forall x\ [R(Xa,x) \supset (R(x,f) \wedge R(x,p))]$ 2. předpoklad

$\exists x\ [R(x,f) \wedge \neg R(x,p)]$ 3. předpoklad

$\forall x\ [\neg M(x) \supset Z(x)]$ 4. předpoklad

$\neg \exists x\ [Z(x) \wedge \neg R(Xa,x)]$ negovaný závěr

Důkaz správnosti úsudku - sporem

Klausule:

1.	$\neg M(x) \vee R(x,f)$	1. předpoklad
2.	$\neg M(x) \vee R(x,p)$	1. předpoklad
3.	$\neg R(Xa,y) \vee R(y,f)$	2. předpoklad
4.	$\neg R(Xa,y) \vee R(y,p)$	2. předpoklad
5.	$R(k,f)$	3. předpoklad
6.	$\neg R(k,p)$	po Skolemizaci: x/k
7.	$M(z) \vee Z(z)$	4. předpoklad
8.	$\neg Z(u) \vee R(Xa,u)$	negovaný závěr

9.	$\neg R(Xa,k)$	rezoluce 4., 6. **(*y*/k)**
10.	$\neg Z(k)$	rezoluce 8., 9. **(*u*/k)**
11.	$M(k)$	rezoluce 7., 10. **(*z*/k)**
12.	$R(k,p)$	rezoluce 2., 11. **(*x*/k)**
13.	$\blacksquare$	rezoluce 6., 12.

Opět jsme zjistili, že negovaný závěr je ve sporu s předpoklady, proto je úsudek **platný.**

Víte, které předpoklady nebyly nutné pro odvození závěru?

Úsudky rezolucí

~~Je-li číslo sudé, pak jeho druhá mocnina je sudá.~~

$\models$ Je-li číslo sudé, pak jeho čtvrtá mocnina je sudá.

~~$\forall y\, [P(y) \supset P(f(y))]$~~

$\models$ $\forall x\, [P(x) \supset P(f(f(x)))]$ *znegujeme závěr:*

$\exists x\, [P(x) \wedge \neg P(f(f(x)))]$ *Skolemizujeme:*

$[P(a) \wedge \neg P(f(f(a)))]$ *sepíšeme klauzule:*

1. $\neg P(y) \vee P(f(y))$ předpoklad
2. $P(a)$ negovaný závěr
3. $\neg P(f(f(a)))$ negovaný závěr
4. $P(f(a))$ rezoluce 1.,2., substituce y/a
5. $P(f(f(a)))$ rezoluce 1.,4., substituce $y/f(a)$
6. $\blacksquare$ rezoluce 3.,5., spor

Úsudek je platný

Matematická indukce

$P(a), \forall y\, [P(y) \supset P(f(y))] \mid\!- \forall x\, P(x)$

Vyplývá odvozená formule z premis? Jinými slovy, je důkazové pravidlo matematické indukce korektní, zachovává pravdivost?

Klausule:

1. $P(a)$
2. $\neg P(y) \vee P(f(y))$
3. $P(f(a))$ důsledek 2.1., subst. *y/a*
4. $P(f(f(a)))$ důsledek 2.3., subst. *y/f(a)*
5. $P(f(f(f(a))))$ důsledek 2.4., subst. *y/f(f(a))*
6. *Atd.*

Ani sporem to nedokážeme, neboť negovaný závěr po Skolemizaci je: $\neg P(b)$ a termy *b, a, f(a), f(f(a)),… nejsou unifikovatelné*. *Nikdy nedokážeme, že* $\forall x\, P(x)$ – aktuální nekonečno. *Dokážeme to pouze potenciálně …*

Ověřování konzistence

- Jistý holič holí právě ty všechny, kdo se neholí sami.
- Holí tento holič sám sebe?

$$\exists x\ \forall y\ [\neg H(y,y) \equiv H(x,y)] \models\ ?\ H(x,x)$$

V přednášce 7 jsme viděli, že předpoklad je nesplnitelný, tedy takový holič neexistuje. Ověříme rezoluční metodou. K předpokladu přidáme negovaný závěr a upravíme do klauzulí.

1. $H(y,y) \lor H(a,y)$ $\Rightarrow H(a,a)$ substituce y/a
2. $\neg H(y,y) \lor \neg H(a,y)$ $\Rightarrow \neg H(a,a)$ substituce y/a
3. $\neg H(x,x)$ negovaný závěr
4. ■ rezoluce 1., 2., substituce y/a

K odvození sporu jsme **nepotřebovali klauzuli 3.** (negovaný závěr), tedy sporný, nesplnitelný, nekonzistentní je již předpoklad.

Takový holič neexistuje.

Poznámka

Robinsonův algoritmus obecné rezoluce a unifikace pracuje tak, že unifikuje rovněž jednotlivé literály v klauzuli. Tak například klauzule:

1. $P(x,y) \vee \neg Q(a,f(y)) \vee P(x,a) \vee \neg Q(y,x) \Rightarrow$ $P(f(a),a) \vee \neg Q(a,f(a))$
2. $\neg P(f(z),z) \vee \neg P(v,a) \Rightarrow \neg P(f(a),a)$

dají po unifikaci $x/f(a)$, y/a, z/a, $v/f(a)$ rezolventu $\neg Q(a,f(a))$, neboť první klauzule se unifikuje na $P(f(a),a) \vee \neg Q(a,f(a))$ a druhá na $\neg P(f(a),a)$.

Poznámka – pozor na ekvivalence

a) Formule $A \equiv B$ není sporná, je splnitelná
b) Formule $A \equiv \neg A$ je sporná

Klauzule ad a)

1. $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$
2. $\mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}$

nyní v každém kroku můžeme generovat rezolventu pouze škrtnutím ***jednoho*** literálu, tedy ***ne*** prázdnou klauzuli:

3. $\mathbf{B} \vee \neg \mathbf{B}$ ***tautologie*** *vyplývá z jakékoli formule*
4. $\mathbf{A} \vee \neg \mathbf{A}$

Klauzule ad b)

1. $\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{A}$
2. $\mathbf{A} \vee \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{A}$
3. 1. a 2. rezolvují na prázdnou klauzuli.

Ověřování konzistence

- Pan X přešel na kvalifikovanější práci (K).
- Pan X dobře rozumí mzdovým otázkám (M).
- Jestliže pan X přešel na kvalifikovanější práci, pak je správné, aby jeho žádost byla projednána (P).
- Jestliže je správné, aby jeho žádost byla v komisi projednána, pak by neměl být členem komise (C).
- Rozumí-li výtečně mzdovým otázkám, měl by být členem komise.

Co z toho vyplývá?

Ověříme nejprve konzistenci této množiny tvrzení.

$K \wedge M \wedge (K \supset P) \wedge (P \supset \neg C) \wedge (M \supset C)$

1. K
2. M
3. $\neg K \vee P$
4. $\neg P \vee \neg C$
5. $\neg M \vee C$
6. P rezoluce 1, 3
7. $\neg C$ rezoluce 4, 6
8. C rezoluce 2, 5
9. spor rezoluce 7, 8

Daná množina tvrzení je sporná, **nekonzistentní**, proto z ní ***vyplývá cokoli.***

Ověření logické platnosti formule

$\models$? $\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, \exists x\, (\neg Q(x,y) \supset \forall z\, R(a,x,y))]$

$\supset$

$\exists z\, [(P(b) \wedge Q(f(z), z)) \vee R(a, f(b), z)]$

Antecedent převedeme do klauzulární formy:

a) Metodou dle Skolemova algoritmu.
b) Nejdříve do prenexní formy a pak Skolemizujeme.

Ověření logické platnosti vs. krok 6

Antecedent – převod do klauzulární formy, **postup a)**

$$\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, \exists x\, (\neg Q(x,y) \supset \forall z\, R(a,x,y))]$$

Kroky 2., 5. Přejmenujme proměnnou *x* a odstraníme $\forall z$:

$$\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, \exists u\, (\neg Q(u,y) \supset R(a,u,y))]$$

Krok 3. Odstraníme implikaci:

$$\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, \exists u\, (Q(u,y) \vee R(a,u,y))]$$

Krok 6. Nyní přesuneme kvantifikátor $\forall x$ doprava:

$$\forall x\, P(x) \wedge \forall y\, \exists u\, (Q(u,y) \vee R(a,u,y))$$

Krok 7. Skolemizujeme (tj. za proměnnou *u* substitujeme *g(y)*, neboť funkční symbol *f* je již použit v závěru):

$$\forall x\, P(x) \wedge \forall y\, (Q(\boldsymbol{g}(y), y) \vee R(a, \boldsymbol{g}(y), y))$$

Krok 8. přesuneme kvantifikátory doleva:

$$\text{SK1:} \quad \forall x\, \forall y\, [P(x) \wedge (Q(\boldsymbol{g}(y), y) \vee R(a, \boldsymbol{g}(y), y))].$$

Ověření logické platnosti vs. krok 6

Antecedent – převod do klauzulární formy, **postup b)** bez kroku 6

$$\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, \exists x\, (\neg Q(x,y) \supset \forall z\, R(a,x,y))]$$

Kroky 2, 5: Přejmenujme proměnnou *x* a odstraníme $\forall z$:

$$\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, \exists u\, (\neg Q(u,y) \supset R(a,u,y))]$$

Krok 3. Odstraníme implikaci:

$$\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, \exists u\, (Q(u,y) \vee R(a,u,y))]$$

Krok 7. Skolemizujeme (tj. za proměnnou *u* substitujeme g*(x,y),* neboť proměnná *u* je v rozsahu $\forall x$):

$$\forall x\, [P(x) \wedge \forall y\, (Q(\boldsymbol{g}(x,y), y) \vee R(a, \boldsymbol{g}(x,y), y))$$

Krok 8. přesuneme kvantifikátory doleva:

SK2: $\forall x\, \forall y\, [P(x) \wedge (Q(\boldsymbol{g}(x,y), y) \vee R(a, \boldsymbol{g}(x,y), y))]$.

Ověření logické platnosti vs. krok 6

Negovaný závěr (již je v klauzulární formě):

$$\forall z\ [(\neg P(b) \vee \neg Q(f(z), z)) \wedge \neg R(a, f(b), z)].$$

Pokusíme se dokázat spor s SK1 (klauzulární forma antecedentu).

Sepíšeme klauzule, postup a):

1. $P(x)$ předpoklad
2. $Q(\boldsymbol{g}(y), y) \vee R(a, \boldsymbol{g}(y), y)$ předpoklad
3. $\neg P(b) \vee \neg Q(\boldsymbol{f}(z), z)$ negovaný závěr
4. $\neg R(a, \boldsymbol{f}(b), z)$ negovaný závěr
5. $\neg Q(\boldsymbol{f}(z), z)$ rezoluce 1., 3., substituce x / b
6. ???

Dále nemůžeme rezolvovat, neboť termy *g(y)* a *f(z)*, či *g(y)* a *f(b)* nejsou unifikovatelné.

Formule není logicky pravdivá.

Ověření logické platnosti vs. krok 6

Ani spor SK2 (postup b) s naším negovaným závěrem nedokážeme:

1. $P(x)$
2. $Q(\boldsymbol{g}(x,y), y) \vee R(a, \boldsymbol{g}(x,y), y)$
3. $\neg P(b) \vee \neg Q(f(z), z)$
4. $\neg R(a, f(b), z)$
5. $\neg Q(f(z), z)$ *rezoluce 1., 3., substituce x / b*

Další kroky však již nelze provést, protože termy g(x,y) a f(z), případně g(x,y) a f(b) nejsou unifikovatelné.

Závěr: Formule není logicky pravdivá.

Příklad, hádanka

- Tom, Peter and John are members of a sport club. Every member of the club is a skier or a climber. No climber likes raining. All skiers like snow. Peter does not like what Tom likes, and does like what Tom does not like. Tom likes snow and raining.
- *Question*: Is there in the club a sportsman who is a climber but
  not a skier?
- *Solution: Knowledge base (+ query 11):*

1. $SC(t)$
2. $SC(p)$
3. $SC(j)$
4. $\forall x\ [\ SC(x) \supset (SKI(x) \vee CLIMB(x))\ ]$
5. $\forall x\ [\ CLIMB(x) \supset \neg LIKE(x,r)\ ]$
6. $\forall x\ [\ SKI(x) \supset LIKE(x,s)]$
7. $\forall x\ [LIKE(t,x) \supset \neg LIKE(p,x)]$
8. $\forall x\ [\neg LIKE(t,x) \supset LIKE(p,x)]$
9. $LIKE(t,s)$
10. $LIKE(t,r)$
11. **? $\exists x\ [SC(x) \wedge CLIMB(x) \wedge \neg SKI(x)]$**

Příklad, hádanka

Knowledge base (in Clausal form + negated query 11):

1. *SC(t)* *sport-club(tom).*
2. *SC(p)* *sport-club(peter).*
3. *SC(j)* *sport-club(john).*
4. *¬SC(y) ∨ SKI(y) ∨ CLIMB(y)* *each club member is a skier or a climber*
5. *¬CLIMB(z) ∨ ¬LIKE(z,r)* *each climber does not like raining*
6. *¬SKI(v) ∨ LIKE(v,s)* *each skier does not like snowing*
7. *¬LIKE(t,x1) ∨ ¬LIKE(p,x1)* *Tom and Peter have opposite*
8. *LIKE(t,x2) ∨ LIKE(p,x2)* *tastes*
9. *LIKE(t,s)* *like(tom, snow).*
10. *LIKE(t,r)* *like(tom, raining).*
11. *¬SC(x) ∨ ¬CLIMB(x) ∨ SKI(x)* *Query*

Proof by resolution that 1-11 is inconsistent. In other words, we are looking for an instantiation of the variable *x*, that leads to a contradiction.

12. *¬LIKE(p,s)* *res.: 9, 7 by substituting s for x1*
13. *¬SKI(p)* *res.: 12, 6 by substituting p for v*
14. *¬SC(p) ∨ CLIMB(p)* *res.: 13, 4 by substituting p for y*
15. *CLIMB(p)* *res.: 14, 2*
16. *Resolution 11 + 2 + 13 + 15 by* **substituting p for x.**

Ověření platnosti úsudku: hádanka

Situace: Sešli se přátelé, mezi nimi kněz A, který prohlásil: „První člověk, kterého jsem zpovídal, je vrah“. Po chvíli vešel pan B, uviděl kněze a řekl: „Já jsem byl první člověk, kterého kněz A zpovídal“.

Otázka: Porušil kněz zpovědní tajemství?

Řešení: $\forall x\, [(x = f(\mathrm{A})) \supset \mathrm{V}(x)]$

$\mathrm{B} = f(\mathrm{A})$

???

(Zamýšlená interpretace: f bude funkce, která každému knězi přiřazuje toho jediného člověka, kterého zpovídal jako prvního).

Klausule:
1. $\neg(x = f(\mathrm{A})) \vee \mathrm{V}(x)$ — 1. premisa
2. $\mathrm{B} = f(\mathrm{A})$ — 2. premisa
3. $\mathrm{V}(\mathrm{B})$ (B je vrah) — důsledek: rezoluce 1.,2., substituce x/B

Odpověď: Kněz zřejmě porušil zpovědní tajemství

Základy (logika) Prologu

- **Metoda** (čistého) **logického programování** je speciálním případem obecné rezoluční metody. Oproti obecné rezoluční metodě splňuje následující omezení:

- Pracuje pouze s Hornovými klauzulemi (které mají ***nanejvýš jeden pozitivní literál***).

- Používá **lineární strategii generování rezolvent** spolu s tzv. **navracením (backtracking)**.

Základy (logika) Prologu

- V logickém programování používáme následující terminologii:
- Zápisy: P :- $Q_1, Q_2,..,Q_n$. → *podmíněné příkazy* (**pravidla**)

  (což je ekvivalentní: $\neg Q_1 \lor \neg Q_2 \lor \dots \lor \neg Q_n \lor P$, neboli $(Q_1 \land Q_2 \land \dots \land Q_n) \supset P$)
- Zápis P. → *nepodmíněný příkaz* (**fakt**)
- Zápisy ?- $Q_1, Q_2,..,Q_n$. → *cíle* (**cílové klauzule, dotazy**)

  (což je ekvivalentní: $\neg Q_1 \lor \neg Q_2 \lor \dots \lor \neg Q_n$)
- Zápis ■, YES: → *spor* (**prázdná klauzule**)

Základy (logika) Prologu

- **Logický program** je posloupnost příkazů (procedur) podmíněných (tj. pravidel) i nepodmíněných (tj. faktů). Cílová klauzule zadává ***otázky***, na které má program nalézt odpovědi.

- *Pozn*.: Pojem příkazu chápeme ve smyslu předchozí poznámky. Logický program je tedy ***deklarativní*** *(ne imperativní)*. Specifikujeme, ”**co** se má provést” a **ne**určujeme, ”**jak** se to má provést”.

Základy (logika) Prologu

Příklad:

- Všichni studenti jsou mladší než Petrova matka. Karel a Mirka jsou studenti. *Kdo je mladší než Petrova matka?*
- Zápis v PL1: $\forall x\ [St(x) \supset Ml(x, matka(p))], St(k), St(m) \models\ ?$
- Program v Prologu (*pozn*.: proměnné velkými písmeny, konstanty malými):

  mladsi(X, matka(petr)):- student(X). pravidlo

  student(karel). fakt

  student(mirka). fakt

  ?- mladsi(Y, matka(petr)). dotaz

Překladač provádí unifikaci a rezoluci, ***lineární strategie řízená cílem***:

a) Cíl ?- mladsi(Y, matka(petr)) unifikuje s mladsi(X, matka(petr)), Y=X;

b) Generuje nový cíl: ?- student(Y)

c) Unifikuje tento cíl s 2. faktem v databázi: úspěch při Y=karel

d) Vydá odpověď : **YES, Y = Karel ;**

Můžeme zadat **středník „;**“ to znamená, že se ptáme „a kdo ještě?“ Vyvolá tzv. ***backtracking,*** tj. proces navracení. Vrátí se k poslednímu cíli a pokouší se splnit jej znovu:

?- student(Y).

Teď již nemůže použít 2. klausuli (pamatuje si místo, které již bylo užito), ale může použít 3. klausuli:

e) Vydá odpověď : **YES, Y = Mirka ;**

Základy (logika) Prologu

Pojem příkazu chápeme ve smyslu předchozí poznámky. Logický program je tedy ***deklarativní*** *(ne imperativní)*. Specifikujeme, ”**co** se má provést” a **ne**určujeme, ”**jak** se to má provést”.

Cestu, jak odpovědět na dotazy, najde překladač, tj. určí, co vyplývá ze zadané báze znalostí, a jaké hodnoty je nutno substituovat unifikací za proměnné.

Omezení na Hornovy klauzule však může někdy činit potíže. Viz příklad – hádanka (slidy 19, 20).

Zkuste naformulovat tuto hádanku v Prologu!

Shrnutí omezení: nanejvýš jeden pozitivní literál, nemůžeme vyjádřit přímo negativní fakta.

Negace = neúspěch při odvozování !