



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0216, OPVK)

# Úvod do logiky (PL): axiomatizace predikátové logiky prvního řádu

doc. PhDr. Jiří Raclavský, Ph.D.

(raclavsky@phil.muni.cz)

## 15. Axiomatizace predikátové logiky prvního řádu

1) **Formální jazyk** (viz výše syntax a sémantiku)

2) **Axiómy** (axióm-schémata)

a)

Axióm 1:  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

Axióm 2:  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

Axióm 3:  $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

b)

Axióm 4:  $\forall x A \rightarrow A[t/x]$

Axióm 5:  $\forall x (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \forall x B)$  (kde A neobsahuje volnou proměnnou  $x$ )

3) **Pravidla odvození**

**Modus ponens (MP)** (pravidlo odloučení)

Jsou-li  $A$  i  $A \rightarrow B$  teorémy, pak je i  $B$  teorémem.  $(A, A \rightarrow B \mid - B)$

**Pravidlo generalizace (PG)**

Nechť  $B$  neobsahuje žádnou volnou proměnnou. Jestliže můžeme dokázat větu  $B \rightarrow A[x]$ , pak můžeme dokázat i větu  $B \rightarrow \forall x A[x]$ . Při kvantifikaci se z volné proměnné (jakou je  $x$  v první formuli) stává proměnná vázaná. Tímto pravidlem zajišťujeme bezespornost (věta  $B \rightarrow A[x]$  by měla být logicky pravdivá, tj. pravdivá pro všechna udělení hodnot proměnné  $x$ ), nikoli ale pravdivost (když je  $B \rightarrow A[x]$  při nějakém udělení hodnot pravdivá, není nutné, že i  $B \rightarrow \forall x A[x]$  je pravdivá).

$B \rightarrow A[x]$

-----

$B \rightarrow \forall x A[x]$