INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0216, OPVK)

Úvod do logiky (PL): ekvivalence a negace výroků logického čtverce formálně

doc. PhDr. Jiří Raclavský, Ph.D.

(raclavsky@phil.muni.cz)

7. Ekvivalence a negace výroků logického čtverce formálně

7.1 Příklady – ekvivalence výroků logického čtverce formálně

Následující soudy spadající v zásadě pod logický čtverec vyjádřete formulí predikátové logiky a tu převeďte na formuli jí ekvivalentní a tu slovně vyjádřete:

1)

Co je skutečné, to je rozumné.

Formálně:

$\forall x\ (S(x) \rightarrow R(x))$

Ekvivalentní formule:

$\neg\exists x\ \neg(S(x) \rightarrow R(x))$ DM zákon pro kvantifikátory

$\neg\exists x\ (S(x) \wedge \neg R(x))$ tautologie VL (negovaná $\wedge$ je $\rightarrow$ negace)

Tedy: Není pravda, že existuje nějaké *x* takové, že je-li skutečné, tak není rozumné.

Pozn.: Daný výrok je též ekvivalentní výroku:

Jenom rozumné je skutečné.

$\forall x\ (R(x) \leftarrow S(x))$

2)

Žádný učený není moudrý.

Formálně:

$\forall x\ (U(x) \rightarrow \neg M(x))$

Ekvivalentní formule:

$\neg\exists x\ \neg(U(x) \rightarrow \neg M(x))$ DM zákon pro kvantifikátory

$\neg\exists x\ (U(x) \wedge \neg\neg M(x))$ taut. VL (negovaná $\rightarrow$ je $\wedge$ negace)

$\neg\exists x\ (U(x) \wedge M(x))$ taut. VL (zákon dvojí negace)

Tedy: Není pravda, že existují učení, kteří jsou moudří.

3)

Žádný moudrý není učený.

Formálně:

$\forall x\ (M(x) \rightarrow \neg U(x))$

Ekvivalentní formule:

$\forall x\ (\neg\neg U(x) \rightarrow \neg M(x))$	tautologie VL (konverze $\rightarrow$)
$\forall x\ (U(x) \rightarrow \neg M(x))$	tautologie VL (zákon dvojí negace)

Tedy: Žádný učený není moudrý.

4)

Vrozené ideje neexistují.

Formálně:

$\neg\exists x\ (V(x) \wedge I(x))$

Ekvivalentní formule:

$\forall x\ \neg(V(x) \wedge I(x))$	DM zákon pro kvantifikátory
$\forall x\ (V(x) \rightarrow \neg I(x))$	tautologie VL (negovaná $\wedge$ je $\rightarrow$ negace)

Tedy: Je-li to vrozeno, není to idea.

5)

Nic není v rozumu, co by nebylo ve smyslech.

Formálně:

$\neg\exists x\ (R(x) \wedge \neg S(x))$

Ekvivalentní formule:

$\forall x\ \neg(R(x) \wedge \neg S(x))$	DM zákon pro kvantifikátory
$\forall x\ (R(x) \rightarrow \neg\neg S(x))$	tautologie VL (negovaná $\wedge$ je $\rightarrow$ negace)
$\forall x\ (R(x) \rightarrow S(x))$	tautologie VL (zákon dvojí negace)

Tedy: Je-li to v rozumu, pak to nebylo ve smyslech.

7.2Příklady – negace výroků logického čtverce

Slovně vyjádřete přesný opak (negaci) daného výroku z logického čtverce a určete druh výroku (soudu), pod jaký spadá negace tohoto výroku:

1)

Všechna A jsou B.

Formálně:

$\forall x\ (\mathrm{V}(x) \rightarrow \mathrm{B}(x))$

Negace:

$\neg \forall x\ (\mathrm{V}(x) \rightarrow \mathrm{B}(x))$

Ekvivalentní formule:

$\exists x\ \neg(\mathrm{A}(x) \rightarrow \mathrm{B}(x))$	DM zákon pro kvantifikátory
$\exists x\ (\mathrm{A}(x) \wedge \neg \mathrm{B}(x))$	tautologie VL (negovaná $\rightarrow$ je $\wedge$ negace)

Tedy:

Některá A nejsou B. (částečný záporný soud)

2)

Některá A jsou B.

Formálně:

$\exists x\ (\mathrm{A}(x) \wedge \mathrm{B}(x))$

Negace:

$\neg\ \exists x\ (\mathrm{A}(x) \wedge \mathrm{B}(x))$

Ekvivalentní formule:

$\forall x\ \neg(\mathrm{A}(x) \wedge \mathrm{B}(x))$	DM zákon pro kvantifikátory
$\forall x\ (\mathrm{A}(x) \rightarrow \neg \mathrm{B}(x))$	tautologie VL (negovaná $\wedge$ je $\rightarrow$ negace)

Tedy:

Žádná A nejsou B. (obecný záporný soud)

3)

Žádná A nejsou B.

Formálně:

$\forall x\, (A(x) \rightarrow \neg B(x))$

Negace:

$\neg\, \forall x\, (A(x) \rightarrow \neg B(x))$

Ekvivalentní formule:

$\exists x\, \neg(A(x) \rightarrow \neg B(x))$	DM zákon pro kvantifikátory
$\exists x\, (A(x) \wedge \neg\neg B(x))$	tautologie VL (negovaná $\rightarrow$ je $\wedge$ negace)
$\exists x\, (A(x) \wedge B(x))$	tautologie VL (zákon dvojí negace)

Tedy:

Některá A jsou B. (částečný kladný soud)

4)

Některá A nejsou B.

Formálně:

$\exists x\, (A(x) \wedge \neg B(x))$

Negace:

$\neg\, \exists x\, (A(x) \wedge \neg B(x))$

Ekvivalentní formule:

$\forall x\, \neg(A(x) \wedge \neg B(x))$	DM zákon pro kvantifikátory
$\forall x\, (A(x) \rightarrow \neg\neg B(x))$	tautologie VL (negovaná $\wedge$ je $\rightarrow$ negace)
$\forall x\, (A(x) \rightarrow B(x))$	tautologie VL (zákon dvojí negace)

Tedy:

Všechna A jsou B. (obecný kladný soud)

5)

Není pravda, že všechna A jsou B.

Formálně:

$\neg\, \forall x\, (A(x) \rightarrow B(x))$

Negace:

$\forall x\ (A(x) \rightarrow B(x))$

Tedy:

Všechna A jsou B. (obecný kladný soud)

6)

Není pravda, že některá A jsou B.

Formálně:

$\neg\ \exists x\ (A(x) \wedge B(x))$

Negace:

$\exists x\ (A(x) \wedge B(x))$

Tedy:

Některá A jsou B.“ (částečný kladný soud)

7)

Není pravda, že žádná A nejsou B.

Formálně:

$\neg\ \forall x\ (A(x) \rightarrow \neg B(x))$

Negace:

$\forall x\ (A(x) \rightarrow \neg B(x))$

Tedy:

Žádná A nejsou B. (obecný záporný soud)

8)

Není pravda, že některá A nejsou B.

Formálně:

$\neg\ \exists x\ (A(x) \wedge \neg B(x))$

Negace:

$\exists x\ (A(x) \wedge \neg B(x))$

Tedy:

Některá A nejsou B. (částečný záporný soud)