INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0216, OPVK)

Úvod do logiky (PL): analýza vět přirozeného jazyka

doc. PhDr. Jiří Raclavský, Ph.D.

(raclavsky@phil.muni.cz)

2. Analýza vět přirozeného jazyka predikátovou logikou

Na rozdíl od výrokové logiky odhaluje predikátová logika v jednoduchých (oznamovacích) větách tzv. S-P strukturu. S-P strukturu je sestavena z tzv. subjektu a predikátu. S-P strukturu odhalovala už tradiční logika; v moderní logice došlo k určitému posunu v jejím chápání a to už proto, že moderní logika zdůraznila roli kvantifikujících výrazů.

Subjekt v logickém smyslu je odlišný od subjektu v gramatickém smyslu. Subjektem je typicky *větný podmět*, např. ve větě „Aristoteles je filosof“ vyjadřuje subjekt výraz „Aristoteles“.

Názvy individuových konstant (častý typ subjektu) volíme podle prvního písmene vlastního jména. Předpokládáme, že každé vlastní jméno je jménem pouze jednoho individua, proto např. jméno Karel z našich příkladů nechápeme jako jméno množiny všech individuí, co mají jméno Karel, ale jako jméno jednoho určitého individua.

Predikát v logickém smyslu je to, čeho může být množina individuí, např. „filosof“ (tj. {Aristoteles, Platon, ...}), „les“ (tj. {Sherwood, Řáholec, ...}), „žena“ (tj. {Marie, Jana, Gabriela, ...}); takovou množinou může být i jednoprvková množina (tzv. *singleton*), např. „sudé prvočíslo“ (tj. {2}).

Monadický predikát je ve větách přirozeného jazyka vyjadřován buď pomocí:

– *spony a větného předmětu*, např. ve větě „Aristoteles je filosof“ vyjadřuje monadický predikát výraz „je filosofem“; nebo:
– *intranzitivního slovesa*, např. ve větě „Aristoteles myslí“ vyjadřuje monadický predikát výraz „myslí“, či ve větě „Orel má křídla“ vyjadřuje monadický predikát výraz „mít křídla“.

Binární (či vícečetný) *predikát* je ve větách přirozeného jazyka vyjadřován buď pomocí:

– *tranzitivního slovesa*, např. ve větě „Aristoteles myslí na ideu dobra“ vyjadřuje binární predikát výraz „myslí na“ („(někdo) myslí na (něco)“); nebo vzácněji: např. ve větě „Platón je filosofem ideí“ vyjadřuje binární predikát výraz „být filosofem (něčeho)“.

V přirozených jazycích je velmi časté, že intranzitivní a tranzitivní slovesa mají společný slovní základ, např. „myslet / myslet na (něco)“, „mluvit /mluvit o (něčem)“.

Při analýze budeme označovat predikáty podle prvního písmena českého slova, resp. prvního slova fráze, vyjadřující predikát (ovšem pokud dané sloveso začíná předponou ne-, coby slovního záporu, tak až třetím písmenem); pokud bychom měli mít ve formuli více stejných predikátových symbolů, navzájem je odlišíme pomocí apostrofu (např. P, P′, P″, ...).

Existenčním kvantifikátorem (∃) zachycujeme zpravidla výrazy jako „některý“, „někdo“, „něco“ „někteří“, „nějací“, „existuje alespoň jedno individuum *x*, takové že“. Obecným kvantifikátorem (∀) zachycujeme zpravidla výrazy jako „každý“, „kdokoli“, „kdo“, „cokoli“, „jakýkoli“, „pro všechna *x* platí, že“, avšak i „nikdo“, „žádný“. Níže jsou však odhaleny určité výjimky.

2.1 Příklady – identifikace predikátů

V následujících větách identifikujte všechny predikáty:

1)

Aristoteles je filosof

Predikátem zde je:

„(být) filosof“ – monadický predikát („F“)

2)

Všechny velryby jsou savci.

Predikáty jsou zde:

„(být) velryba“ – monadický predikát („V“)

„(být) savec“ – monadický predikát („S“)

3)

Petra obdivuje matematiky.

Predikáty jsou zde:

„(někdo) obdivuje (někoho)“ – binární predikát („O“)

„(být) matematik“ – monadický predikát („M“)

4)

Každý muž má rád nějaké zvíře.

Predikáty jsou zde:

„(být) muž“ – monadický predikát („M“)

„mít rád (něco)“ – binární predikát („R“)

„(být) zvíře“ – monadický predikát („Z“)

5)

Dřevěný kůň je hračka.

Predikáty jsou zde:

„(být) dřevěný“ – monadický predikát („D“)

„(být) kůň“ – monadický predikát („K“)

„(být) hračka“ – monadický predikát („H“)

6)

Labuť má křídla.

Predikáty jsou zde:

„(být) labuť“ – monadický predikát („L“)

„(mít) křídla“ – monadický predikát („K“); tento predikát je monadický, protož „mít křídla“ nemá jiný význam než „být okřídlený“, což je monadický predikát

2.2 Příklady – věty s monadickými predikáty

Následující věty přirozeného jazyka přepište do symbolismu predikátové logiky (pomocí $\Im$(X) zde značíme množinu, která je významem predikátu X; srov. níže interpretaci PL):

1)

Aristoteles je filosof.

F(a)

Podle PL tato věta (zapsaná atomickou formulí) říká, že individuum Aristoteles patří do množiny filosofů (a$\in\Im$(F)).

2)

Někdo je filosof. (=Někteří jsou filosofové.)

$\exists x$ F(x)

Tato věta podle PL zase říká, že množina filosofů není prázdná, že v ní nějaké individuum je, nevíme však, které přesně ($x\in\Im$(F)).

3)

Každý je filosof. (=Všichni jsou filosofové.)

$\forall x$ F(x)

Podle PL říká tato věta, že všechna individua z univerza jsou filosofy, tedy že patří do množiny filosofů ($\Im$(F) je vlastní podmnožinou U, $\Im$(F)$\subseteq$U).

4)

Aristoteles není filosof.

$\neg$F(s)

Nyní podle PL tato věta říká, že Aristoteles do množiny filosofů nepatří, tedy že Aristoteles náleží do doplňku množiny filosofů ($a \notin \Im(F)$, tj. $a \in \Im(F')$, kde $\Im(F')$ je doplněk $\Im(F)$ do univerza).

5)

Není pravda, že Aristoteles je filosof.

$\neg F(a)$

Tato věta říká podle PL vlastně zcela totéž, co věta 4).

6)

Někdo není filosof. (=Některé nejsou filosofy.)

$\exists x \neg F(x)$

Podle PL toto věta hovoří o tom, že je alespoň jedno individuum, které nenáleží do množiny filosofů ($x \notin \Im(F)$, tj. $x \in \Im(F')$).

7)

Nikdo není filosof.

$\forall x \neg F(x)$

Tato věta podle PL doslova říká, že pro všechny prvky univerza, tedy pro všechna individua platí, že nenáleží do množiny filosofů ($U \not\subset \Im(F)$, tj. $\Im(F)=\emptyset$).; všechna tedy náleží do doplňku této množiny ($U=\Im F'$).

8)

Není pravda, že každý je filosof.

$\neg \forall x\, F(x)$

Tato věta říká (jinými slovy) totéž, co věta 6), totiž že nějaké individuum leží mimo množinu filosofů (náleží do doplňku množiny filosofů). (To však něco odlišného od toho, co říká pouze zdánlivě podobná věta 7.)

9)

Není pravda, že někdo je filosof.

$\neg\exists x$ F(x)

Tato věta říká podle PL jinými slovy totéž, co věta 7) (srov. níže De Morganovy zákony pro PL), totiž že žádné individuum z univerza nenáleží do množiny filosofů. (Podobně jako v předchozím případě, ani tato věta není podle PL o tom, co říká pouze zdánlivě jí podobná věta 6.)

2.3 Příklady – věty s binárními predikáty

Věty přirozeného jazyka vyjádřete formulemi predikátové logiky:

1)

Markéta má ráda Petra.

R(m,p)

Tato věta podle PL říká, že dvojice Markéta a Petr patří do množiny dvojic individuí, které se mají rádi.

2)

Markéta má ráda někoho.

$\exists x$ R(m,x)

Podle PL říká tato věta to, že mezi dvojicemi individuí, které se mají rádi je alespoň jedna taková, že jejím prvním členem je Markéta, tedy že je alespoň jedno individuum takové, že Markéta k němu má vztah ‚mít ráda'.

3)

Někdo má rád Petra.

$\exists x$ R(x,p)

Tato věta zas podle PL říká, že Petr je tím, koho má alespoň jedno individuum rádo.

4)

Někdo má rád někoho.

$\exists xy\ \mathrm{R}(x,y)$

Podle PL tato věta říká, že existuje alespoň jedna dvojice individuí, které jsou spolu v relaci „mít rád“.

Pozn.: Výrazy „někdo“ a „někoho“ tu zachycujeme pomoci různých proměnných proto, že nejde obecně o stejná individua (ovšem identita x a y není vyloučena – pro případ, kdy onen někdo má rád i sám sebe).

5)

Všichni mají rádi všechny.

$\forall xy\ \mathrm{R}(x,y)$

Tato věta říká podle PL to, že všechny dvojice individuí kartézského součinu univerza (U^2) je k sobě vztaženy relací ‚mít rád‘.

6)

Nikdo nemá rád nikoho. (= Každý má každého nerad.)

$\forall xy\ \neg\mathrm{R}(x,y)$

Věta podle PL vlastně říká, že pro všechna x a pro všechna y (z U^2)platí, že se nemají rádi.

7)

Někdo má rád každého.

$\exists x\forall y\ \mathrm{R}(x,y)$

Tato věta říká, že alespoň jedno individuum z univerza je takové, že má rádo všechny prvky univerza, všechna individua.

8)

Každý má rád někoho.

$\forall x \exists y\ \mathrm{R}(x,y)$

Tato věta říká, že pro všechna jednotlivá individua platí, že mají ráda alespoň jedno individuum.