Logika před rokem 1879

Petr Kuchyňka (*7765@mail.muni.cz*)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0216, OPVK)

Úvod

- V roce 1879 vyšel Fregův *Begriffsschrift*, který je mnohými považován za přelomové dílo v dějinách logiky.

  (Např. Quine zahajuje své *Methods of Logic* (1950) větou: „Logic is an old subject, and since 1879 it has been a great one".)

- Tento příspěvek je stručnou rekapitulací dějin logiky od jich počátku do uvedeného roku.

Obsah

I. Aristotelés

II. Megarsko-stoická škola

III. Od Eukleida k Leibnizovi

IV. Leibniz

V. Boole

VI. Frege

I. Aristotelés

I. Aristotelés – logické spisy

Aristotelés (384–322 př. n. l.) byl první, kdo se zabýval systematickým studiem logiky.

- Je mu připisováno celkem šest prací o logice souborně označovaných *Organon* (= nástroj – Aristotelés nepovažoval logiku za vědu, ale za nástroj používaný všemi vědami).

- Jeho logické spisy jsou (v tradičním, ale nikoli chronologickém pořadí) následující: *Kategorie*, *O vyjadřování*, *První analytiky*, *Druhé analytiky*, *Topiky* a *O sofistických důkazech*.
  (Poslední dva se věnují teorii argumentace, předmětem zbylých čtyř je postupně: teorie pojmů, teorie soudů, teorie úsudků (sylogistika) a teorie vědeckého poznání.)

I. Aristotelés – kategorické soudy

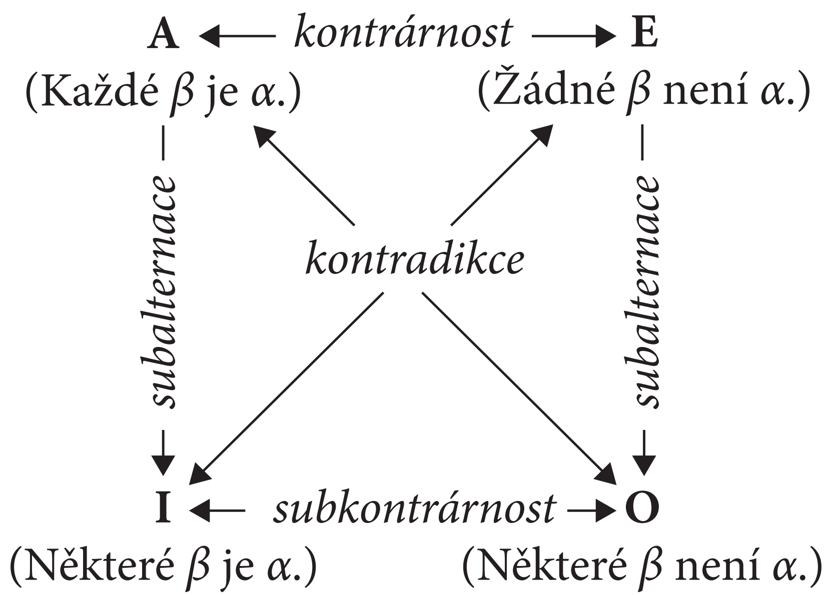
- Většina Aristotelovy logiky se zaobírá *kategorickými soudy*, které obsahují zpravidla kvantifikátor, subjekt, kopulu a predikát.

- V sylogistice se obecně uvažují čtyři formy kategorických soudů: *obecný kladný* (Každé β je α), *obecný záporný* (Žádné β není α), *částečný kladný* (Některé β je α) a *částečný záporný* (Některé β není α).

- Ve středověku byly tyto formy soudů označeny po řadě písmeny „A“, „E“, „I“ a „O“.

I. Aristotelés – logický čtverec

- Mezi kategorickými soudy různých forem odhaluje Aristotelés určité logické vztahy: mezi A a E *kontrární*, mezi I a O *subkontrární*, mezi A a O i E a I *kontradiktorický* a mezi A a I i E a O *subalternační* (v moderní notaci můžeme tyto vztahy vyjádřit formulemi (A ⊃ ¬E); (¬I ⊃ O); (A ≡ ¬O), (E ≡ ¬I); (A ⊃ I), (E ⊃ O)).



I. Aristotelés – pravidla konverze

- Na začátku *Prvních analytik* formuluje Aristotelés několik pravidel později známých jako *teorie konverze*.

- Pravidla konverze umožňují např. nahradit obecné soudy odpovídajícími soudy částečnými (na základě vztahu subalternace) nebo v soudech tvaru E a I platně zaměnit subjekt s predikátem.

I. Aristotelés – sylogismy

- Jádro Aristotelovy logiky představuje nauka o *sylogismech*.
- *Sylogismy* jsou úsudky tvořené třemi kategorickými soudy: dvěma premisami a závěrem takovými, že subjekt a predikát závěru se vždy po jednom vyskytují v jedné premise spolu se třetím (*středním*) termínem.
- Aritotelés rozlišoval tři *figury* sylogismů, podle toho v jakém vztahu je v premisách střední termín k ostatním dvěma: (γ-α, β-γ $\therefore$ β-α), (α-γ, β-γ $\therefore$ β-α) a (γ-α, γ-β $\therefore$ β-α).
- Existují ještě sylogismy tvaru (α-γ, γ-β $\therefore$ β-α), které Aristotelés sice zmiňuje, ale nezabývá se jimi.

I. Aristotelés – platné sylogismy

- Každý sylogismus patří k jedné ze čtyř figur a obsahuje tři kategorické soudy, z nichž každý má jednu ze čtyř forem. To znamená, že je celkem 256 (= 4×4^3) vzorců sylogismů; tyto vzorce se nazývají *mody*.

- Pouze 24 modů je platných: šest v každé figuře.

- Některé platné mody mohou být odvozeny z jiných pomocí subalternace; tyto odvozené (*nedokonalé*) mody Aristotelés neprobírá.

- Platnost libovolného sylogismu může ověřena redukcí modu tohoto sylogismu pomocí pravidel konverze na nějaký dokonalý platný modus první figury.

II. Megarsko-stoická škola

II. Megarsko-stoická škola – hypotetické sylogismy

- Aristotelés nepokládal za předmět logického zkoumání *hypotetické soudy* a úsudky na nich založené (ačkoli jeho sylogistika předpokládá některé explicitně neuvedené principy této formy – např. *modus ponens*).

- Studiu hypotetických soudů a *hypotetických sylogismů* se věnovala *megarsko-stoická škola*, jejímž nejvýraznějším představitelem v oblasti logiky byl stoik Chrýsippos ze Soloi (asi 280-206 př. n. l.).

- *Hypotetický sylogismus* je takový úsudek, že alespoň jedna jeho premisa je soud složený z jiných soudů pomocí logických spojek (*ne*, *jestliže-pak*, *a*, *nebo*, *buď-anebo*).

II. Megarsko-stoická škola – nedokazatelná inferenční schémata

- Chrýsippos uvádí pět *nedokazatelných* platných inferenčních schémat: (I) jestliže prvé, pak druhé, avšak prvé, tedy druhé; (II) jestliže prvé, pak druhé, avšak ne druhé, tedy ne prvé; (III) ne obojí prvé a druhé, avšak prvé, tedy ne druhé; (IV) buď prvé, nebo druhé, avšak prvé, tedy ne druhé; (V) prvé nebo druhé, avšak ne druhé, tedy prvé.

  (Aristotelés zavedl proměnné pro pojmy a označoval je písmeny alfabéty, megarikové a stoikové zavedli proměnné pro soudy a označovali je řadovými číslovkami).

II. Megarsko-stoická škola – platné hypotetické sylogismy

- Platné hypotetické sylogismy lze odvodit z pětice nedokazatelných prostřednictvím pravidel nazývaných *témata*:

(1) jestliže (p, $q \therefore r$), pak (ne-r, $p \therefore$ ne-q);

(2) jestliže (p, $q \therefore r$) a ($\Gamma \therefore p$), pak (Γ, $q \therefore r$);

(3) jestliže (p_1, $p_2 \therefore q_1$) a (q_1, $p_3 \therefore q_2$), pak (p_1, p_2, $p_3 \therefore q_2$); a jestliže (p_1, $p_2 \therefore q_1$), (p_3, $p_4 \therefore q_2$) a (q_1, $q_2 \therefore q_3$), pak (p_1, p_2, p_3, $p_4 \therefore q_3$).

III. Od Eukleida k Leibnizovi

III. Od Eukleida k Leibnizovi

- Z dalších antických myslitelů měl na rozvoj logiky vliv především Eukleidés (asi 325–260 př. n. l), který jako první odlišil *axiomy* od *teorémů* a formuloval *axiomatický systém*.

- V období středověku se pěstovala hlavně aristotelská logika; vedle překladů a komentářů Aristotelových logických spisů se však objevují i nové myšlenky: např. teorie *supozice* či rozlišení *extenzí* a *intenzí* (rozpracované v 17. století v Port-Royal).

III. Od Eukleida k Leibnizovi – Raimundus Lullus

- Originální jsou zvláště úvahy katalánského františkána Raimunda Lulla (asi 1232-1315) o univerzálním jazyce a možnosti symbolizovat pojmy a čistě mechanickými postupy (za pomocí strojů) odvozovat soudy tvořící jejich kombinace. Tyto úvahy významně ovlivnily Gottfrieda Wilhelma Leibnize.

IV. Leibniz

IV. Leibniz

- Leibniz (1646-1716) vytvořil v 80. letech 17. století systém symbolické logiky nápadně podobný tomu, který v roce 1847 formuloval George Boole.

- Bohužel, až do roku 1903 nebylo z výsledků jeho práce publikováno nic, než vágní popis jeho cílů.

IV. Leibniz – *lingua characteristica universalis* a *calculus ratiocinator*

- Pod vlivem Lulla pojal Leibniz záměr navrhnout univerzální symbolický jazyk (*lingua characteristica universalis*), který by reprezentoval pojmy jednak tak, aby bylo zřejmé, z jakých pojmů a jak jsou složeny, jednak tak, aby mu čtenáři rozuměli bez ohledu na svůj rodný jazyk (nejlépe na způsob grafů či obrázků).

- Druhým Leibnizovým cílem bylo navrhnout logický kalkul (*calculus ratiocinator*) pro manipulaci se symboly podle daných pravidel, pomocí nichž by šlo buď objevovat nové pravdy, nebo ověřovat, zda závěry vyplývají z premis. Usuzování by pak mohlo být prováděno čistě mechanicky (prostřednictvím strojů).

IV. Leibniz – jazyk

- Symboly kalkulu, který Leibniz navrhl, reprezentují pojmy a relace mezi nimi (jedná se o ‚intenzionální' logiku – týkající se obsahů pojmů, nikoli jejich rozsahů).

- Soudy jsou reprezentované ‚rovnicemi' – např. (při použití nepůvodní notace):

  „A = AB" reprezentuje soud „Každé A je B";

  „AB ≠ AB" reprezentuje soud „Žádné A není B";

  „AB = AB" reprezentuje soud „Některé A je B";

  „A ≠ AB" reprezentuje soud „Některé A není B".

  (Výraz „AB" označuje ‚konjunkci' pojmů A a B, nejsou-li tyto pojmy kontradiktorické. Takže výraz „A = AB" znamená, že pojem A je ‚obsažený' v pojmu B.)

IV. Leibniz – principy

- K základním principům Leibnizova kalkulu patří:

  (C1) AA = A

  (C2) AB = BA

  (C3) A(BC) = (AB)C

  (Sub) Jestliže A = B, pak A a B jsou vzájemně nahraditelné.

- Posloupnost ‚rovnic' (1) A = AB, (2) B = BC, (3) A = AC reprezentuje sylogismus „Každé A je B, každé B je C, tedy každé A je C".

  (3) lze odvodit z (1) a (2), tak, že se B v (1) nahradí BC (pomocí (Sub), (2)) a v získané ‚rovnici' se AB nahradí A (pomocí (Sub), (C3), (1)).

V. Boole

V. Boole – matematizace logiky

- V 17. a 18. století byl u matematiků obeznámených se sylogistikou rozšířený algebraický přístup k logice podobný Leibnizovu.

- 19. století se nese ve znamení *matematizace logiky*.

- Vůdčími postavami tohoto hnutí jsou George Boole (1815-64), August DeMorgan (1806-71), William Stanley Jevons (1835-82), Ernest Schröder (1841-1902) a Charles Sanders Peirce (1839-1914).

V. Boole – logické spisy

- Boole v pojednání *The Mathematical Analysis of Logic* (1847) a v knize *An Investigation of the Laws of Thought* (1854) ukazuje, jak lze algebraické formule použít ke studiu logických relací jednak mezi pojmy (*primary propositions*), jednak mezi soudy (*secondary propositions*).

Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0216, OPVK)

V. Boole – jazyk (jednoduché výrazy)

- Písmena „*x*“, „*y*“, „*z*“, ... označují extenze pojmů (nebo ‚porce‘ času, ve kterých jsou soudy *X*, *Y*, *Z*, ... pravdivé).
- Číslice „1“ označuje univerzální třídu (nebo ‚celý‘ čas).
- Číslice „0“ označuje prázdnou třídu (nebo ‚žádný‘ čas).

V. Boole – jazyk (složené výrazy)

- „xy“ označuje třídu věcí z x i y (nebo ‚porci‘ času, ve které jsou X i Y pravdivé).
- „$x + y$“ označuje třídu věcí z x nebo y (nebo ‚porci‘ času, ve které je X nebo Y pravdivý), jestliže se x a y nepřekrývají, v opačném případě je výraz ‚nedefinovaný‘.
- „$x - y$“ označuje doplněk y vzhledem k x.

V. Boole – principy

- K základním rovnicím Booleova systému patří:

$1x = x$,

$0x = 0$,

$x + 0 = 0$,

$x + 1 = 1$ (ale jen pro $x = 0$),

$x + y = y + x$,

$xy = yx$,

$xx = x$ (ale nikoli $x + x = x$),

$(xy)z = x(yz)$,

$x(y + z) = xy + xz$,

$x + (yz) = (x + y)(x + z)$.

V. Boole – rozpracování

- Peirce a Jevons navrhli modifikace Booleova systému (mimo jiné nahradili Booleovo „+“ inkluzivním sjednocením).

- Peirce systém dále rozpracoval, aby umožňoval analyzovat soudy a úsudky týkající se relací.

VI. Frege

VI. Frege – záměr

- Gottlob Frege (1948-1925) nezamýšlel reprezentovat abstraktní logiku pomocí exaktních matematických formulí, ale vyjádřit obsahy myšlení psanými znaky přesněji a jasněji, než je to možné pomocí slov, aby mohl položit pevnější základy matematice.

VI. Frege – pojmové písmo

- V knize *Begriffsschrift* (1879) představil symbolický jazyk vhodný k vyjádření všech úsudků používaných v matematických důkazech.

- Fregovo *pojmové písmo* postihuje logické vztahy jak mezi pojmy, tak mezi soudy (aniž by bylo nutné vždy interpretovat jeho výrazy jiným způsobem – jako v případě Booleovy algebry).

- Frege toho dosáhl tím, že analyzoval soudy na *Funkce* (do pravdivostních hodnot) a *argumenty*, zavedl *obecný kvantifikátor*, *negaci* a *implikaci* a ukázal, jak (na dané úrovni analýzy) s pomocí kvantifikátoru a logických funkcí zachytit všechny možné obsahy myšlení.

VI. Frege – přijetí

- Pro pojmové písmo Frege navrhl kalkul, který je první úspěšnou formalizací predikátové logiky prvního řádu (s identitou).

- *Begriffsschrift* se přesto dočkal převážně vlažného nebo odmítavého přijetí; hlavním důvodem byly obtíže spojené se zvládnutím Fregovy idiosynkratické, dvou-dimenzionální notace.

- Fregův přínos logice byl doceněn až dodatečně, díky Russellovi (v době, kdy už se rozšířilo užívání notace zavedené Peircem).

Vybraná literatura:

BOOLE, G. (1854): *An Investigation of the Laws of Thought*. Walton and Maberly, London.

FREGE, G. (1879): *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens.* L. Nebert, Halle.

FREGE, G. (1979): *Posthumous Writings.* (redigovali Hermes, H., Kambartel, F., Kaulbach, F., přeložili Long, P., White, R.) Basil Blackwell, Oxford.

GAHÉR, F. (2000): *Stoická sémantika a logika z pohľadu intenzionálnej logiky*. Vydavateľstvo UK, Bratislava.

HINTIKKA, J. J. – SPADE, P. V. (2012): History of Logic. *Encyclopædia Britannica. Encyclopædia Britannica Online.* Encyclopædia Britannica Inc. <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/346217/history-of-logic>.

KNEALE, W. – KNEALE, M. (1962): *The Development of Logic.* Clarendon Press, Oxford.

KOLMAN, V. (2002): *Logika Gottloba Frega*. Filosofia, Praha.

QUINE, W. V. O. (1950): *Methods of Logic*. Holt, New York.

SOUSEDÍK, P. (1999): *Logika pro studenty humanitních oborů*. Vyšehrad, Praha.