



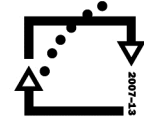
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## *Neklasické logiky*

Ufl od Aristotela se logika ídí dv ma základními logickými principy a sice:

- principem extenzionality
- a principem dvouhodnotovosti.

Pro první p íblílení sta í, ekne-li se, fle **princip extenzionality** znamená, fle logika pracuje výhradn s pravdivostními hodnotami tvrzení a nikoliv s jejich obsahem. Tedy, logika pracuje pouze s oznamovacími v tami a na t chto v tách jí nezajímá, o em tyto v ty jsou, nýbrfl výhradn a pouze to, jaká je jejich pravdivostní hodnota, tj. zda se jedná o pravdivá i nepravdivá tvrzení. P esn ji to znamená, fle logické spojky fungují jako funkce z mnohiny pravdivostních hodnot do mnohiny pravdivostních hodnot, tj., fle pravdivostním hodnotám ástí slofeného výroku p í adí výslednou pravdivostní hodnotu (celého slofeného výroku).

Druhý princip, **princip dvouhodnotovosti**, pak íká, fle tyto pravdivostní hodnoty jsou pouze dv ó pravda a nepravda. Tento princip je zakotven ve dvou nejzákladn j-ích logických zákonech:

- v zákonu sporu
- a v zákonu vylou eného t etího.

**Zákon sporu** íká, fle není možné, aby tvrzení bylo sou asn pravdivé i nepravdivé. Tomu, fle n jaké tvrzení je zároveň pravdivé i nepravdivé se íká spor a zákon sporu tedy íká, fle spor nem fle nastat (resp. je nepravdivý).

**Zákon vylou eného t etího** pak íká, fle každé tvrzení je bu pravdivé nebo nepravdivé (a t etí možnost není).

V logice tedy pracujeme pouze s pravdivostními hodnotami a ty jsou dv (pravda a nepravda), p í emfl fládné tvrzení nemá ob dv tyto hodnoty najednou (zákon sporu) a každé má

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v R a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpo tu eské republiky.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

alespoň jednu z těchto dvou pravdivostních hodnot (zákon vyloučení třetího). Jinými slovy každé tvrzení má právě jednu pravdivostní hodnotu (buď pravda anebo nepravda).

Logické systémy, které dodržují tyto dva základní principy (dvouhodnotovost a extenzionalitu), mají povílastek **klasické**. Naopak systémy, které nen který z těchto principů nerespektují se nazývají **neklasické**. Klasická logika, resp. různé systémy klasické logiky, představovaly hlavní náplň této učebnice. Následující kapitola je stručným přehledem základních systémů neklasických logik. Jedná se zpravidla o systémy, které se teprve formují a nejsou definitivní. Lze říci, že pole neklasických logik je oborem současného výzkumu a snad i budoucností logiky. V současné době se však v tina z nich teprve buduje.

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro  
mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Vícehodnotové logiky

Jak již sám název napovídá, jsou logiky vícehodnotové logikami, které se vzdaly principu dvouhodnotovosti; konkrétně tím, že odmítly zákon vyloučení něčeho z něčeho. Ten říká, že každé tvrzení je buď pravdivé, nebo nepravdivé (a tedy možnost není). Vícehodnotové logiky právě onu tedy možnost připouštějí. Koneckonců, odpovídá to i běžné intuici, kdy o ně kterých tvrzeních nedokážeme říci ani zda jsou pravdivé, ani zda jsou nepravdivé, prostě proto, že to nevíme. Pomáháme si si někdy jako "nevím" nebo "možná" a tak podobně.

Nejjednodušší verzí vícehodnotové logiky je logika trojhodnotová polského logika / ukasiewiczze. Ona tedy pravdivostní hodnota se pak nejprve interpretuje právě jako "nevím" a značí se  $\frac{1}{2}$ . Díky tomu se přirozeně změní definice tabulky jednotlivých spojek. Především, počet řádků tabulky již nebude  $2^{\text{počet výrokových proměnných}}$ , ale  $3^{\text{počet výrokových proměnných}}$ . Dále se změní i vlastní vyhodnocování spojek (viz tabulka), ale všechny ostatní základní pravidla práce ve výrokové logice zůstávají v principu beze změny:

$p$	$\neg p$
0	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \equiv q$
0	0	0	0	1	1
0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
0	1	0	1	1	0
$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$
1	0	0	1	0	0
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	1	1	1	1	1

Číslo pravdivostních hodnot však máme jeť více rozlišovat a zjemňovat na čtyři, pět, šestihodnotovou logiku a tak dále až do nekonečna. Obecně proto mluvíme o  $n$ -hodnotových logikách. Spíše než o pravdivosti bychom ale v takových systémech měli mluvit o pravděpodobnosti a o tom, že některá tvrzení jsou pravděpodobněji než jiná. Pravdivostní

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

hodnoty se pak označují zlomky a pohybují se mezi krajními body 0 (nepravda) a 1 (pravda). V principu ale vždy platí, že máme pravdivostní hodnoty dvojího typu – vybrané, tj. ty, které se blíží k pravdě (o které stojíme), a nevybrané.

2-hodnotová logika	1		0
3-hodnotová logika	1	$\frac{1}{2}$	0
4-hodnotová logika	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
⋮	1		0
n-hodnotová logika	1	n-2 pravdivostních hodnot	0

Definice tabulky se ve vícehodnotových logikách vytvářejí obdobným způsobem jako dosud:

Počet řádků tabulky = Počet pravdivostních hodnot  $2^{\text{počet proměnných}}$

Výsledná pravdivostní hodnota  $\bar{p} = 1$  – o pravdivostní hodnota  $p$

Výsledná pravdivostní hodnota  $(p \wedge q)$  = Nejmenší z pravdivostních hodnot  $p, q$

Výsledná pravdivostní hodnota  $(p \vee q)$  = Největší z pravdivostních hodnot  $p, q$

Výsledná pravdivostní hodnota  $(p \rightarrow q)$  =

Nejmenší z pravdivostních hodnot  $p, q$ , jestliže pravd. hodn.  $p >$  pravd. hodn.  $q$

Největší z pravdivostních hodnot  $p, q$ , jestliže pravd. hodn.  $p \leq$  pravd. hodn.  $q$

atd.

Způsob ohodnocování výrokových spojek ve vícehodnotových logikách je celá řada, z nichž způsob uvedený je nejjednodušším, protože nejvíce odpovídá pravidlům klasické výrokové logiky. Jsou ale systémy, které z různých důvodů mají pravidla pro přiřazování pravdivostních hodnot stanovená odlišným způsobem, především podle toho, jaký význam jednotlivým hodnotám přiřazují (jak je interpretují).



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## *Intuicionistická logika*

Intuicionistická logika, podobně jako logika vícehodnotová, odmítá zákon vyloučení. Nezavádí však žádnou další pravdivostní hodnotu. Axiomy systému jsou prostě vytvořeny tak, že zákon vyloučení (a některé další tautologie klasické logiky) nejsou odvoditelné, tj. nejsou tautologiemi (vždy pravdivými formulemi) intuicionistické logiky. Zatímco klasická logika předpokládá, že pravdivostní hodnota každého tvrzení je dána (přesně a absolutně), bez ohledu na to, zda ji známe či nikoliv, intuicionistická logika vychází pouze z toho, co víme.

Pro názornost můžeme říci, že pravdivostním hodnotám *pravda-nepravda* intuicionistická logika rozumí spíše ve smyslu *vím-nevím* či lépe *je-není dokázáno*. Za pravdivé se považuje jen to, co lze dokázat (zkonstruovat). Tvrzení  $p$  v intuicionistické logice tvrdí, že existuje konstrukce (důkaz), jíž je možné  $p$  zkonstruovat (dokázat). Naopak  $\bar{p}$  neznámá, že taková konstrukce neexistuje, ale že existuje konstrukce, která ukazuje, že konstrukce (důkaz)  $p$  není možná. Při této interpretaci je skutečně jasné, že tvrzení  $p \vee \bar{p}$  nemusí být vždy pravdivé. To, že není dokázáno  $p$  ( $p = 0$ ) ještě nemusí znamenat, že je dokázáno, že  $p$  nelze zkonstruovat ( $\bar{p} = 1$ ). Odpovídá to i běžné intuici. V některých případech skutečně může nastat, že za současného stavu poznání není možné dokázat ani jedno z tvrzení  $p$  a  $\bar{p}$ . V tom případě tvrzení  $p \vee \bar{p}$ , které při takovéto interpretaci říká  $p$  je dokázáno nebo  $p$  je vyvráceno, pochopitelně neplatí. V intuicionistické logice můžeme říci, že tvrzení  $p \vee \bar{p}$  je pravdivé pouze tehdy, máme-li konstrukci (důkaz) aspoň jednoho z obou členů.

Ze stejných důvodů intuicionistická logika odmítá zákon dvojí negace: To, že není dokázána negace  $p$  ještě neznámá, že je dokázáno  $p$ . Dále odmítá odvozovací pravidla existenciální generalizace a odvozování po případech.

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro  
mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Lze říci, že klasická logika pracuje z pozice vědomí, i když zrovna nevím, zda tvrzení je či není pravdivé, ono pravdivé nebo nepravdivé je. Intuicionistická logika se drží pouze jen aktuálního vědomí, i když nevím, jakou pravdivostní hodnotu tvrzení má, nemohu tvrdit, že je buď pravdivé nebo nepravdivé. Intuicionistická logika tedy připouští, že jsou tvrzení, která nemají ani jednu pravdivostní hodnotu, resp. tvrzení, jejichž pravdivostní hodnotu neznáme, protože není zkonstruován ani jejich důkaz ani jejich vyvrácení.

Akoliv má intuicionistická logika takto snadno zdůvodnitelné principy, vlastní práce v ní je poměrně složitá, nebo komplikuje a leckdy i znemožňuje postupy, které jsou v klasické logice běžné a samozřejmé. Jedná se o systém slabší, ve kterém není možné dokázat větu, které v klasické logice dokázat lze.

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



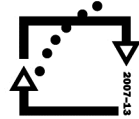
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## *Intenzionální logiky*

Druhým základním principem klasické logiky je princip extenzionality. Ten znamená, že klasickou logiku na tvrzeních zajímají pouze pravdivostní hodnoty a nikoliv obsah těchto tvrzení. Jinými slovy o logické spojky extenzionálních logik fungují jako funkce z množiny pravdivostních hodnot do množiny pravdivostních hodnot. Tj. pravdivostním hodnotám částí složeného výroku přidá výslednou pravdivostní hodnotu celého složeného výroku. V intenzionálních logikách toto pravidlo neplatí. Výsledná pravdivostní hodnota nezávisí jen na pravdivostních hodnotách částí. Vezme například v ty:

*"Jedna a jedna jsou dvě"*

*"Karel Apek byl spisovatel"*

Obě dvě jsou pravdivé v ty. Pokud spojíme nyní na jejich začátek frázi *"je nutné, že i"* Na první pohled by se mohlo zdát, že tato fráze funguje podobným způsobem, jako třeba negace. Jenže zatímco negace má ní hodnotu pravdivého tvrzení na nepravdu, pro nutnost tato jednoznačnost přidání neplatí.

V ta *"Je nutné, že jedna a jedna jsou dvě"* je pravdivá zatímco

v ta *"Je nutné, že Karel Apek byl spisovatel"* pravdivá není, protože Karel Apek se mohl stát kýmkoliv jiným, ne jen spisovatelem. Operátor *"Je nutné, že i"* na začátku v ty tedy není extenzionální, tj. nefunguje jako funkce z množiny pravdivostních hodnot do množiny pravdivostních hodnot, protože pravdivým tvrzením přidá n kdy pravdivostní hodnotu *pravda* a jindy *nepravda*, podle toho, o čem jsou. Respektive, když určí pravdivostní hodnotu tvrzení *"Je nutné, že platí p."* nestačí znát pouze pravdivostní hodnotu tvrzení *p*.

Všechny logické systémy, které obsahují podobné operátory, tj. operátory, které nejsou funkcemi pravdivostních hodnot, se nazývají intenzionální. Asi nejrozvinutější intenzionální logiky jsou logiky modální, které v posledních dvaceti nebo třiceti letech prodávaly bouřlivý rozvoj. Kromě nich patří do rámce intenzionálních logik Univerzální gramatika Richarda

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Montague nebo Transparentní intenzionální logika (TIL) Pavla Tichého. Oba dva tyto systémy v–ak slouffí p edev–ím k logické analýze p irozeného jazyka a nikoliv k odvozování.

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v R a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpo tu eské republiky.





INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## *Modální logiky*

Modální logiky přibírají ke spojkám klasické logiky je-t operátory typu "je nutné", "je možné", "věřím, že", "věřím, že", "je předpokládáno" a podobně. Tyto operátory bývají obvykle připojeny na zájmenka a ovlivňují její výslednou pravdivostní hodnotu. Jak již bylo řečeno, nejsou to však funkce z množiny pravdivostních hodnot do množiny pravdivostních hodnot. Při určení výsledné pravdivostní hodnoty tak hraje roli nejen pravdivostní hodnota tvrzení, na jehož zájmenku modální operátor stojí, ale také to, co toto tvrzení říká.

Po zájmenku modálních logik můžeme hledat u Aristotela. Podle něj má každý soud (tvrzení) svou kvalitu, kvantitu a modalitu (podrobněji viz kapitola 3). Podle modalit se soudy dělí na kategorické a modální. Kategorické soudy prostě tvrdí, že *S je-není P*. Modální ale navíc říkají, zda *S je-není P* nutné, možné, náhodou atd. Kategorická tvrzení tedy prostě konstatují nějaký fakt. Tvrdí, že něco je nebo naopak není pravda. Modální soudy ale navíc říkají, jakým způsobem to je (či není) pravda a zda nutné nebo možné.

### *Logika striktní implikace*

Nejstarší modální logiku vytvořil již Aristoteles a pracovala s modalitami možnosti a nutnosti. Systémy, které vypracoval, však nejsou dovedeny k oné definitivní podobě, jakou se mohla poskytnout jeho sylogistika, a nesou mnohé známky nedokonalosti. Navzdory poměrně velké pozornosti, kterou v novověku modality tradiční logika a filosofie, lze říci, že modální logika přišla doopravdy ke slovu až v první polovině 20. století. Impulsem pro její rozvoj byly úvahy týkající se implikace. Ve svých *Principia Mathematica*, které představují základ moderní logiky, Bertrand Russell definoval tak zvanou materiální implikaci, tj. implikaci tak, jak ji moderní logika používá dodnes. Materiální implikace je definována následující tabulkou:

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Předešlé první dva řádky této tabulky vyvolaly bouřlivou diskusi. Fakt, že implikace je pravdivá i tehdy, když její přední člen je nepravdivý, se nazývá paradoxem materiální implikace a odporuje tomu, jak spojkou "jestliže  $i$  pak  $j$ " používáme v přirozeném jazyce. Jednak v běžném životě automaticky vyřadujeme p nejméně obsahovou souvislost mezi částmi složeného výroku, kterouto podmínku si klasická logika neklade, nebo ji zajímají pouze pravdivostní hodnoty. A dále podmínkového souvztah, jehož podmínka není splněna, zpravidla neuvažujeme o pravdivostní hodnotě.

Pomocí konjunkce lze materiální implikaci definovat jako  $\overline{p \wedge q}$  (tj. **není pravda**, že  $p$  je pravdivé a  $q$  ne). Anglický logik C. I. Lewis, který vystoupil s kritikou takto definované implikace, klade na implikaci podmínku mnohem přesnější, a sice: **není možné**, aby  $p$  platilo a  $q$  ne. Tímto okamžikem vstupují do moderní logiky modality. Lewis sice navrhol, aby v klasické logice byla materiální implikace nahrazena jeho implikací striktní, ale tento projekt se neujal a systémy striktní implikace se rozvíjely paralelně s klasickou logikou jako její alternativa. Lewis sám rozpracoval pět systémů striktní implikace, tzv. systémy S1 až S5, z nichž S4 a S5 jsou dodnes (v poněkud upravené podobě) základními systémy modální logiky.

### Modální logika s alethickými modalitami

Součástí modální logiky však už nepracuje se striktní implikací, nýbrž je rozšířením klasické logiky s materiální implikací. Ke spojkám klasické logiky přidává pouze dva nové modální operátory ( $\diamond$ ,  $\square$ ) nejprve interpretované jako:

$\diamond p$  *Je možné, že  $p$  platí*

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



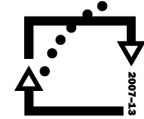
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$p \supset p$  Je nutné, že  $p$  platí

$p \supset p$  ... Platí  $p$

Takto interpretovaným modálním operátorem se říká **alethické modality** (od řeckého aletheia = pravda). Další kapitoly však ukazují, že tím samým modálním operátorem ( $\Box$ ,  $\Diamond$ ) máme pí adit zcela jiné významy a pí tom, budou fungovat obdobným způsobem.

Mezi těmito dvěma operátory je podobný vztah jako mezi kvantifikátory v predikátové logice (tj. jednu modalitu máme definovat pomocí té druhé):

$p \equiv \Box \neg \neg p$  (tj. tvrzení  $p$  platí nutně právě tehdy, když není možné, aby platilo  $\neg p$ )

$\Diamond p \equiv \neg \Box \neg p$  (tj. tvrzení  $p$  je možné, když  $\neg p$  není nutné)

V systémech, které odpovídají běžné intuici, kterou máme o nutnosti a možnosti, platí mezi modalitami vcelku oprávněný vztah, že co platí nutně, tak to samozřejmě také platí (je pravdivé); a když něco platí, tak je to také možné.

$p \longrightarrow p \longrightarrow \Diamond p$

Lze říci, že operátor nutnosti "odpovídá" obecnému kvantifikátoru, protože nutně pravdivá jsou ta tvrzení, která jsou pravdivá vždy, za všech okolností a nemohou neplatit. Modalita možnosti naopak připomíná spíše existenci kvantifikátor, nebo možné pravdivá jsou tvrzení, která pravdivá být mohou, ale taky nemusí, resp. jsou někdy (za některých okolností) pravdivá.

Přede vším na tuto (alethickou) interpretaci modalit se vztahují Lewisovy systémy S1 až S5, z nichž nejdřívejší jsou systémy S4 a S5. Každý z těchto systémů v podstatě odpovídá určité představě o tom, co to znamená platit nutně nebo možné. Zatímco v klasické logice volba systému, ve kterém se bude pracovat, závisela především na technické náročnosti problému, nebo principy v jednotlivých systémech zakotvené jsou všeobecně platné, v modálních logikách volba systému do jisté míry závisí na osobním postoji a představení; na tom, jak rozumíme výraz nutně a možné. Konkrétní podoba a problematika těchto systémů však jistě přesahuje rámec tohoto stručného úvodu.

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

K modalitám možnosti a nutnosti je nezbytná závěrem je –t jedna poznámka. Mluvíme-li v logice o možnosti a nutnosti, máme na mysli především možnost a nutnost logickou. Nutné je v logice to, co nemůže neplatit, a možné je v –echno to, co by platit mohlo (i kdyby to třeba náhodou zrovna neplatí). Tato možnost a nutnost v –ak nijak nesouvisí s proveditelností toho, co dané tvrzení říká. Jedinou hranicí logické možnosti je (logický) spor. Možné je tedy v –echno to, co je myšlenkově bezsporné, bez ohledu na to, zda to je či není uskutečnitelné.

### *Sémantika možných sv t*

Modální logika se dlouhou dobu nedokázala vypořádat s problémem, jak přesně vyjádřit to, že nějaké tvrzení platí nutně (tj. vždy a za všech okolností), kdyby jedině, co máme k dispozici je jeho pravdivostní hodnota (podrobněji viz kapitola 2). Až přibližně v padesátých letech **Saul Kripke** s představou tzv. možných světů. Pojem "**možný svět**" vychází z poměrně intuitivní představy a to, že věci se sice mají tak a tak, ale mohlo by tomu klidně být i jinak. Kdyby říkáme "*Kdyby tak nepráelo*" máme zpravidla na mysli zcela jasnou představu světa, který se od toho skutečného liší jenom tím, že v něm zrovna nepráel. Jazyk totiž nepopisuje jenom skutečnost. Dokáže vytvářet popisy i neskutečných situací a tyto popisy jsou (zhruba stejně) možné světy.

V okamžiku, kdy přistoupíme na tuto představu možných světů, není problém definovat, co to znamená platit nutně a platit možné. Nutně pravdivá jsou ta tvrzení, která platí ve všech možných světech, zatímco pouze možné jsou ta, která platí jen v některých (a v jiných ne). Zde je z etelně viditelná již zmíněná podobnost s nutností a možností s obecným a existenčním kvantifikátorem.

V souvislosti se sémantikou možných světů vstupuje do logiky celá řada zajímavých otázek a témat, které jsou svou podstatou spíše filosofické a metafyzické než výhradně logické. Jejich výklad by v –ak vyfladoval zvládnutí alespoň základního aparátu modálních logik a

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



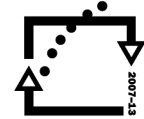
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

formální sémantiky (nejmén v takovém rozsahu, jaký mají v této knize kapitoly o klasické logice).

### *Temporální modalities*

Jedním z velkých problémů, se kterými se logika dlouho nedokázala vypořádat, je vyjádření času. Různá tvrzení totiž mohou nabývat různých pravdivostních hodnot podle toho, kdy byla pronesena. Jako příklad můžeme posloužit veta "dnes je úterý, zítra pátek", která je pravdivá jen dvě dny v týdnu. Ukázalo se, že modalities jsou důležitým prostředkem, jak se s tímto problémem vyrovnat. Jazyk klasické logiky se obohatí nikoliv o modalities možnosti a nutnosti, ale o modalities času.

časové modalities jsou dvojího typu – do budoucnosti (bude platit) a do minulosti (platilo) – a tyto dva typy jsou na sobě nezávislé. Dále i zde hraje svou roli, zda tvrzení platí vždy anebo jenom někdy. Základní časové modalities tedy jsou:

$p$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$  .. (právě nyní) platí  $p$

$Fp$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$  (někdy v budoucnu) bude platit  $p$

$Gp$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$  vždy (v budoucnu) bude platit  $p$

$Pp$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$  (někdy v minulosti) platilo  $p$

$Hp$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$   $\dot{=}$  vždy (v minulosti) platilo  $p$

Definice vztahy mezi těmito modalitami jsou velmi podobné definicím vztahů mezi modalitami možnosti a nutnosti:

$Fp \equiv \overline{G \overline{p}}$  (tj.  $p$  bude někdy platit právě tehdy, když není pravda, že bude vždy platit  $\overline{p}$ )

$Gp \equiv \overline{F \overline{p}}$  (tj.  $p$  bude vždy platit právě tehdy, když není pravdy, že někdy platit nebude)

$Pp \equiv \overline{H \overline{p}}$  (tj.  $p$  někdy platilo právě tehdy, když není pravda, že nikdy neplatilo)

$Hp \equiv \overline{P \overline{p}}$  (tj.  $p$  vždycky platilo právě tehdy, když není pravda, že někdy neplatilo)

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Další vztahy se však již od alethických modalit liší. Modality budoucnosti ( $Fp$ ,  $Gp$ ) jsou nezávislé na modalitách minulosti ( $Pp$ ,  $Hp$ ) i na modalitách přítomnosti ( $p$ ). Je tedy možné tvrdit pouze:

$Gp \longrightarrow Fp$     *když tvrzení bude platit vždy, tak bude (n kdý) platit*

$Hp \longrightarrow Pp$     *když tvrzení vždy platilo, tak (n kdý) platilo*

Rozhodně však z toho, že vždy platilo n jaké tvrzení, nelze usuzovat na to, zda platí nyní nebo zda platit bude, a naopak.

Struktura systémů s temporálními modalitami je poněkud komplikovanější nežli struktura systémů s modalitami alethickými. Koneckonců, i představa struktury času je problematickejší nežli pravdivostní podmínky možnosti a nutnosti. U temporálních logik tedy daleko více platí, že volba systému spočívá především na koncepci (času), kterou zastáváme.

### Deontické modality

Dalším typem modalit jsou takzvané deontické modality o tom, že je něco povoleno nebo naopak zakázáno, či povoleno. Tato logika pracuje se třemi modalitami:

$O p$     *Je povoleno p* (z anglického ordered = povoleno)

$F p$     *Je zakázáno p* (z anglického forbidden = zakázáno)

$P p$     *Je povoleno p* (z anglického permitted = povoleno)

Definice vztahy mezi těmito modalitami vyjadřující známý fakt, že, co není zakázáno, je povoleno, jsou:

$$O p \equiv \overline{F p} \equiv \overline{F \overline{p}}$$

$$F p \equiv O \overline{p} \equiv \overline{P p}$$

$$P p \equiv \overline{O \overline{p}} \equiv \overline{F p}$$

Mezi deontickými modalitami opět platí podobné vztahy jako mezi modalitami alethickými i časovými, například:

$$O p \longrightarrow P p \quad \text{Co je povoleno, je také povoleno}$$

Ale rozhodně neplatí

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$O p \longrightarrow p$

*Co je p ikázáno, to také platí (d je se)*

protože (bohufel) nebývá pravda, že se normy, p íkazy dodrfluji.

(Podrobn ji viz kapitola 12)

### *Epistemické logiky*

Epistemické logiky pracují s modalitami typu, že n kdo n co ví, n co si myslí, o n em je p esv d en, n co tvrdí, n emu v í, o n em pochybuje, n co zapomn l atd. T mto modalitám se íká epistemické, protože se týkají poznání. Zatímco dosavadní modalita (alethické, temporální i deontické) byly v jistém smyslu absolutní a v–obecn platné, epistemické modalita jsou "relativní". P edn proto, že jsou vřdy vázány na konkrétní osobu, a dále proto, že pravdivostní hodnota takovýchto tvrzení se m že asem m nit. Krom toho ani vztahy mezi jednotlivými t mto modalitami a jejich koncepcí nejsou dosud definitivn vy e–eny. Základními modalitami t chto systém jsou modalita:

$K_x p$  í í í í í í í  $x$  ví, že platí  $p$  (z anglického know = v d t)

$U_x p$  í í í í í í í .  $x$  neví, že platí  $p$  (z anglického unknown = neznámé)

$B_x p$  í í í í í í í  $x$  v í, že platí  $p$  (z anglického believe = v ít)

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ĚR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpo tu ěské republiky.