



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logický tverec

Tradiční logický tverec

Logický tverec je schéma, do kterého lze poměrně přehledně znázornit následující vztahy mezi tvrzeními:

Kontradikce je vztah mezi dvěma tvrzeními s přesně opačnými pravdivostními podmínkami. Je to v podstatě vztah mezi tvrzením a jeho negací. Kontradiktorická tvrzení se navzájem popírají. Práv jedno z nich je pravdivé (a právě jedno nepravdivé).

Kontrárnost je vztah mezi dvěma tvrzeními, z nichž nejvýše jedno může být pravdivé (tedy jedno nebo žádné). Nemohou proto (za řádných okolností) být obě pravdivá, ale mohou být obě nepravdivá, nebo jedno pravdivé a druhé nepravdivé.

Subkontrárnost je vztah mezi dvěma tvrzeními, z nichž alespo jedno je pravdivé (to znamená jedno nebo obě). V řádném případě tedy nemohou být obě nepravdivá, ale mohou být obě pravdivá nebo jedno pravdivé a druhé nepravdivé.

Subalternost je vztah závislosti (podřazenosti) mezi tvrzeními. Tvrzení T2 je subalterní k tvrzení T1, je-li T2 pravdivé vždy, když je pravdivé T1 a obráceně T1 je nepravdivé vždy, když je nepravdivé i T2. Obráceně to ale neplatí: je-li T1 nepravdivé, T2 může být pravdivé i nepravdivé, a obráceně: je-li T2 pravdivé, T1 pravdivé být může, ale nemusí.

Toto schéma bylo poprvé použito (a vlastně vytvořeno) pro aristotelské subjekt-predikátové soudy (podrobněji viz kapitola o Aristotelské logice, oddíl o soudech a logickém tverci).

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



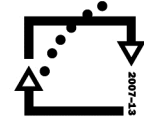
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE

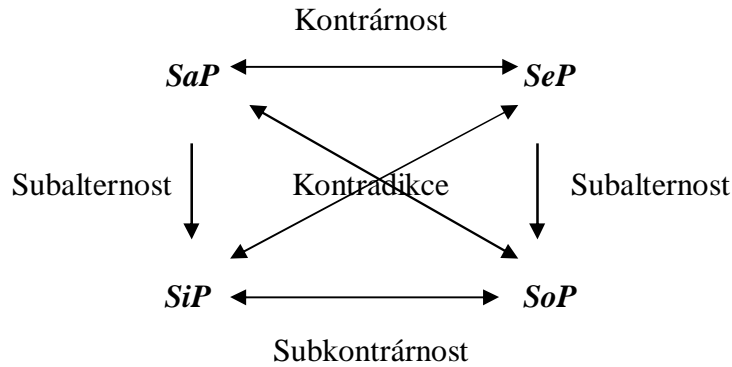


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



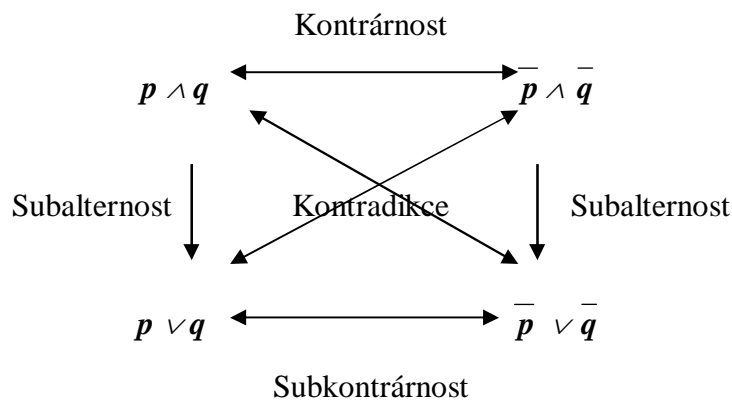
OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Logický tverec ve výrokové a predikátové logice

Ty samé vztahy z tradičního logického tverce, které platí mezi subjekt-predikátovými soudy, však mohou platit například ve výrokové logice mezi tvrzeními:



nebo v predikátové logice mezi tvrzeními:

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

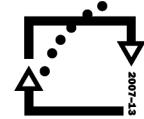
je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



evropský
sociální
fond v ČR

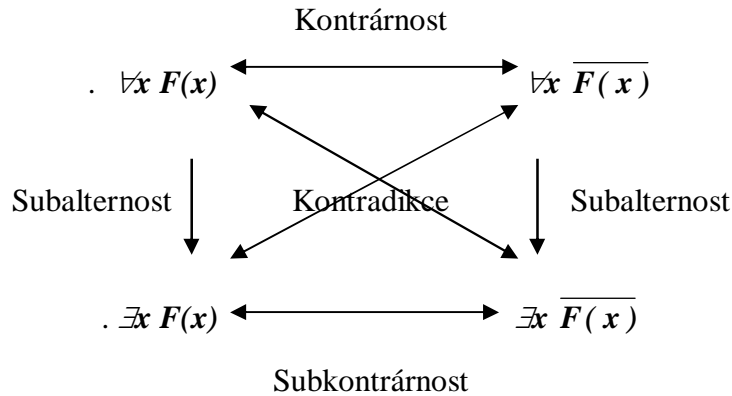


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Standardní p epis aristotelských (subjekt-predikátových) soud do predikátové logiky je následující:

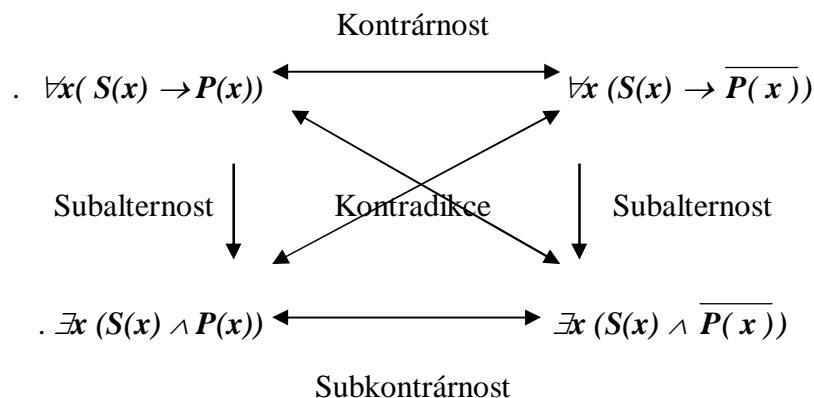
SaP Každé S je P. $\forall x (S(x) \rightarrow P(x))$

SeP žádné S není P. $\forall x (S(x) \rightarrow \overline{P(x)})$

SiP N které S je P. $\exists x (S(x) \wedge P(x))$

SoP N které S není P. $\exists x (S(x) \wedge \overline{P(x)})$

P epis klasického (aristotelského) logického tverce pro subjekt-predikátové soudy do predikátové logiky proto vypadá takto:



Cvi ení

1) V predikátové logice platí tzv. DeMorganovy neboli duální zákony pro kvantifikátory:

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v R a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpo tu eské republiky.



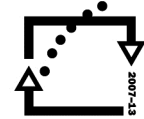
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\overline{\exists x F(x)} \equiv \forall x \overline{F(x)}$$

$$\overline{\forall x F(x)} \equiv \exists x \overline{F(x)}$$

Soudy, které jsou v logickém tverci úhlopíkn jsou navzájem kontradiktorické. To znamená, že jeden je negací druhého. Znegujte tedy n který z p epis klasického subjekt-predikátového soudu do predikátové logiky a upravte jej podle De Morganových zákonů a tabulky ekvivalencí logických spojek. Pokud jste postupovali správně a neudělali chybu, měli byste Vám vyjít soud v protilehlém rohu logického tverce.

Například: SaP a SoP jsou navzájem kontradiktorické,

Tedy tvrzení $\forall x (S(x) \rightarrow P(x))$ je negací tvrzení $\exists x (S(x) \wedge \overline{P(x)})$.

Vezměme tedy negaci soudu SoP

$$\overline{\exists x (S(x) \wedge \overline{P(x)})}$$

Úpravou podle DeMorganových zákonů dostaneme

$$\forall x \overline{S(x) \wedge \overline{P(x)}}$$

Protože za obecným kvantifikátorem má být (v klasickém logickém tverci) implikace dostaneme úpravou podle tabulky ekvivalencí logických spojek

$$\forall x (S(x) \rightarrow P(x)),$$

což je obecný kladný soud (SaP).

Vidíme tedy, že SaP je skutečně ekvivalentní s negací SoP.

Úplně stejným způsobem postupujte i pro zbývající soudy, tj. SaP, SeP a SiP.

Nejprve je znegujte, pak odstraňte negaci nad kvantifikátorem podle DeMorganových zákonů, potom převedte spojku podle tabulky ekvivalencí logických spojek a poté byste měli vyjít soud z protilehlého rohu logického tverce, tj. soud, který je k výchozímu soudu kontradiktorický.

Subjekt-predikátové soudy a logika tíd

Poměrně přehledné je znázornění subjekt-predikátových soudů z logického tverce v logice tíd. Subjekt-predikátový soud je složen ze dvou pojmů (podrobněji viz kapitola 3). V kapitole *Logika a jazyk* bylo řečeno, že klasická logika je extenzionální, protože pracuje pouze s extenzí výrazů. Extenzí pojmu (obecného jména) je množina všech těchto individuí, o

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

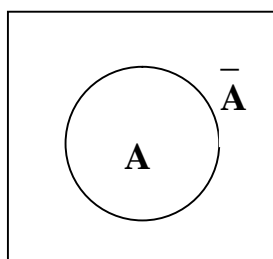
"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

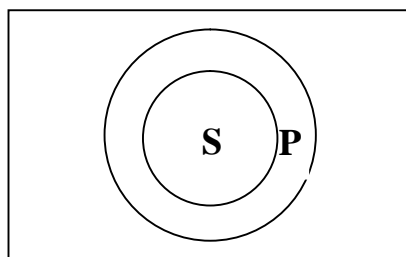
kterých se tento pojem vypovídá. Například: extenzi pojmu "pes" tedy představuje množina všech psů. A množiny se dají poměrně názorně nakreslit pomocí tzv. Vennových nebo Eulerových diagramů. Pojem je prostě a jednoduše ztotožněn s příslušnou množinou.

Eulerovy diagramy jsou starší a byly vytvořeny výcarským matematikem Leobhardem Eulerem v 18. století právě pro přehledné zakreslování subjekt-predikátových soudů a sylogismů. Diagram je tvořen čtvercem (nebo obdélníkem), který znázorňuje univerzum (obsahuje všechna individua) a do něj se jako kruhy zakreslují množiny znázorňující příslušné pojmy. Nejjednodušší Eulerův diagram (pro jeden pojem) pak vypadá takto:



Všimněte si, že daný pojem (v moderní terminologii predikát) vlastně dělí univerzum na dvě části: jednak na ta individua, o kterých se tento pojem vypovídá (množina A), a potom na ta, o kterých se nevypovídá (doplněk množiny A).

Subjekt-predikátový soud obsahuje dva pojmy: subjekt (S) a predikát (P). Do diagramu se oba dva zakreslují jako samostatné množiny. Vztah mezi těmito množinami je pak znázorněn polohou kruhů. Například diagram



Zakresluje situaci, kdy je podmnožinou (částí)

extenze pojmu S (subjektu) extenze pojmu P (predikátu).

To znamená, že o každém individuu, o kterém se vypovídá pojem S, se vypovídá také pojem

Projekt ESF OPVK - CZ.1.07/2.2.00/28.0216

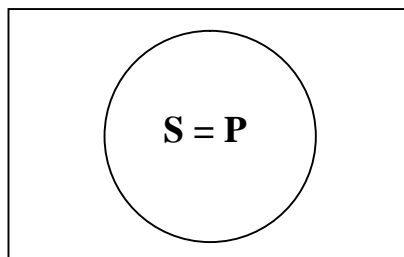
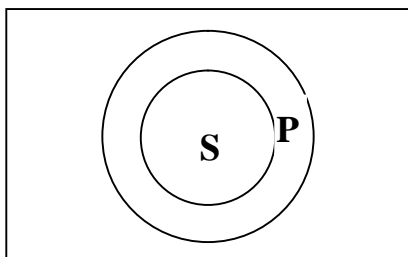
"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.

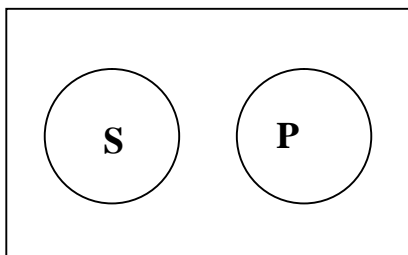
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

P, protože množina S je podmnožinou množiny P. Je to zakreslení obecného kladného soudu (SaP) ó Každé S je P. Eulerovy diagramy pro jednotlivé typy soudů vypadají takto:

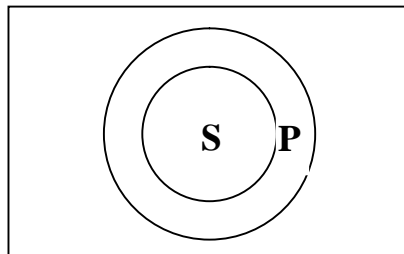
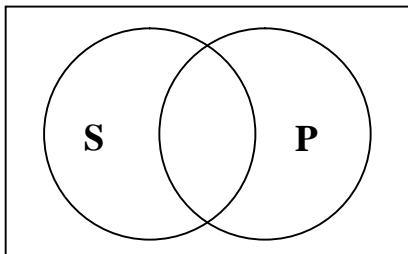
SaP



SeP



SiP

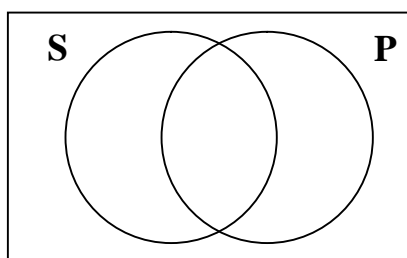


SoP



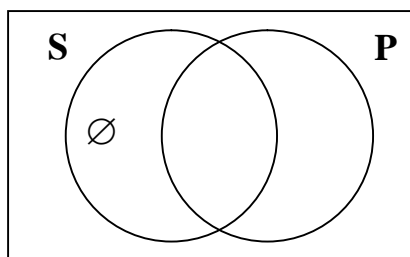
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vennovy diagramy vytvořil v 19. století britským logikem Johnem Vennem vycházejí z velice podobného principu. Každý objekt můžeme znázornit pomocí obdélníku pro znázornění univerza a kruhy pro zakreslení jednotlivých množin. Vztahy mezi množinami však tentokrát nejsou znázorněny jejich polohou. Vennovy diagramy se dvěma množinami vypadají stále stejně.

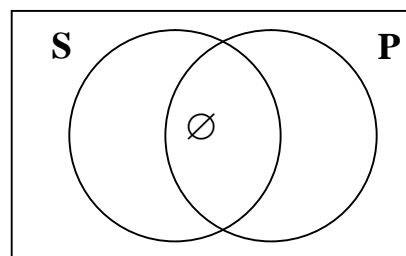


Do tohoto diagramu se potom zakresluje, která jeho část je prázdná (\emptyset) nebo naopak obsahuje nějaké prvky (\bullet). Plocha, která není označena ani jedním z těchto dvou znamének, ale také nemusí obsahovat nějaké prvky (obě možnosti se připouští, ani jedna z nich není vyloučena). Diagramy pro jednotlivé typy soudů pak vypadají takto:

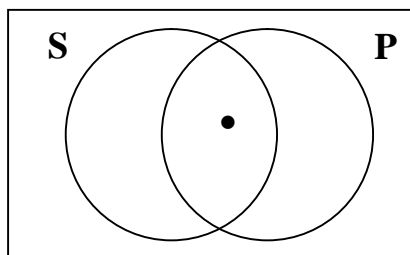
SaP



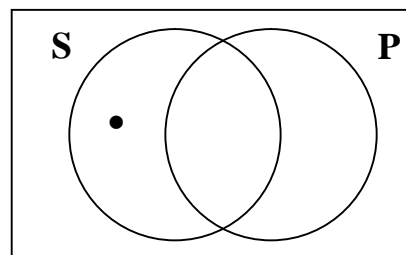
SeP



SiP



SoP





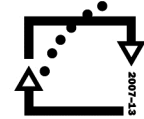
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

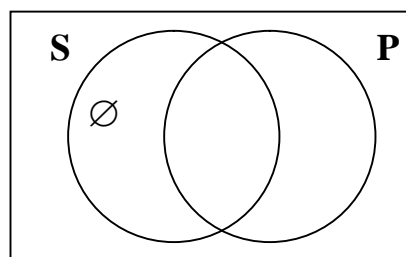
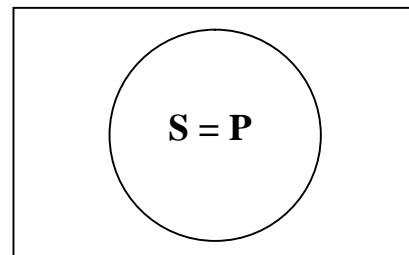
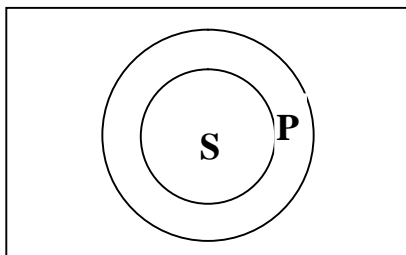
Z těchto obrázků pak jsou na první pohled patrné některé ze vztahů z logické tverce:

Kontradikce: Kontradiktorické soudy tvrdí o téže věci v diagramu jednou, že je prázdná (obecný soud) a po druhé, že obsahuje nějaké prvky (záporný soud).

Kontrárnost: Kdyby byly oba obecné soudy najednou pravdivé, musela by být množina S prázdná. Respektive, nebylo by žádné individuum, pro které by tyto soudy byly pravdivé. Věcně, že v tomto případě vstupuje do hry předpoklad neprázdných termínů, který je pro sylogistiku typický (podrobněji viz kapitola 3)

Subkontrárnost: Podobně jako v předchozím případě platí, že kdyby byly oba záporné soudy nepravdivé, musel by být subjekt opět prázdným pojmem.

Věcně, že následující diagramy (dva Eulerovy a jeden Vennův) zakreslují situaci, ve které je pravdivý obecný kladný soud SaP.



V Eulerových diagramech všechny nakreslené plochy obsahují nějaký prvek. Naopak ve Vennově diagramu jsou zakresleny i plochy, které žádný prvek neobsahují (je-li SaP pravdivý, nesmí S obsahovat žádný prvek, který není v P - plocha S je vůči P prázdná) nebo plochy, které nějaké prvky obsahovat mohou, ale také nemusí (to, jestli P obsahuje nějaké prvky).

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

další prvky mimo S nemá nejmenší vliv na to, že každé S je P). Díky tomu vystačíme s jediným Vennovým diagramem tam, kde Euler potěbuje diagram více, aby mohl zakreslit všechny možnosti, za kterých je daný soud pravdivý. Vennovy diagramy jsou proto praktičtější. Na druhou stranu Eulerovy jsou přehlednější - na první pohled je patrné, v jakém vztahu dané množiny jsou.

Projekt ESF OPVK . CZ.1.07/2.2.00/28.0216

"Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro
mezioborová studia"

je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky.